

**Фастівський ліцей-інтернат**

*Розробки уроків з алгебри для учнів 9-го класу  
за темою: «Послідовності і прогресії»*

*Котляр Ганна Василівна  
вчитель математики  
вищої категорії  
вчитель методист*

Фастів, 2010

Дані тестові завдання пропонуються для учнів 9-их класів з поглибленим вивченням математики. За програмою на вивчення даної теми відводиться 15 годин.

### Примірне планування матеріалу.

№ уроку	Тема уроку
1	Числові послідовності і їх властивості.
2-3	Арифметична прогресія і її властивості. Формула n-го члена арифметичної прогресії.
4-5	Формула суми n-перших членів арифметичної прогресії. Розв'язування задач.
6	Самостійна робота № 1.
7-8	Геометрична прогресія і її властивості. Формула n-го члена геометричної прогресії. Формула суми n-перших членів геометричної прогресії.
9-10	Розв'язування задач.
11	Нескінченно спадна геометрична прогресія і її сума.
12	Самостійна робота № 2.
13-14	Розв'язування задач на прогресії і послідовності.
15	Залікова підсумкова робота.

**Тема:** Числові послідовності.

**Мета:** Засвоїти поняття числової послідовності, способи задання послідовностей; основні властивості числових послідовностей; набуття умінь і навиків записування послідовностей в розгорнутому вигляді, підбирати формулу n-го члена, визначати вид даної послідовності і перелічувати її властивості; розвиток пам'яті, уваги, логічного мислення; виховання культури математичної мови і письма.

**Тип уроку:** урок шкільної лекції.

### План.

#### I. Актуалізація опорних знань.

1. числові множини: множина натуральних чисел; множина цілих чисел; множина раціональних чисел і множина дійсних чисел.
2. парні, непарні числа. Формула парного і непарного числа.
3. прості числа, взаємно-прості числа, числа близнята.
4. кратні і дільники числа, НСК. Задати формулою числа кратні числу 7; 11; і т.д.

#### II. Засвоєння нового матеріалу.

1. Розглянемо квадрати, довжини сторін яких виражаємо числами

1; 2; 3; 4; 5; ... тоді довжини їх периметрів будуть: 4; 8; 12; 16; 20; ... , а площі цих квадратів виражатимуться числами: 1; 4; 9; 16; 25; .... Це є не що інше, як числові послідовності. **Числа, що входять у числову послідовність, називаються членами числової послідовності.** Утворимо послідовність правильних дробів з чисельником

$$1: \quad \frac{1}{2}; \frac{1}{3}; \frac{1}{4}; \frac{1}{5}; \frac{1}{6} \dots \frac{1}{n} \dots n \geq 2.$$

У наведених прикладах кожному натуральному числу  $n$  можна поставити єдиний член послідовності  $a_n$ . **Усі числа  $a_n$ , одержані при необмеженому продовженні, утворюють числову послідовність, яка є не що інше, як функція.** Тому числові послідовності – це особливий клас функцій. Областю визначення таких функцій є множина  $\{1; 2; 3; 4; \dots n; \dots\}$  натуральних чисел для нескінченних послідовностей і множина  $\{1; 2; 3; \dots n\}$  – для скінченних; 10; 11; 12; ...; 99; - послідовність двоцифрових натуральних чисел є скінченна послідовність.

Означення: **Числова послідовність – це числова функція, визначена на множині всі натуральних чисел, або на підмножині перших її  $n$  елементів.** Областю

визначення цієї функції є множина натуральних чисел  $N$ , або її підмножина. Областю значень є деяка множина дійсних чисел. Послідовності позначаються  $(a_n)$ ,  $(b_n)$ ,  $(x_n)$  і т.д., де  $n \in N$ , або у розгорнутому вигляді:  $a_1; a_2; a_3; \dots; a_n; \dots$

## 2. Способи задання послідовностей.

**№1 Аналітичний спосіб задання послідовності** – це задання послідовності формулою її  $n$ -го члена. Наприклад:

а).  $a_n = n^2 - n$ , або в розгорнутому вигляді: 0; 2; 6; 12; 20; ...  $n^2 - n$ ; ...

б).  $a_n = \begin{cases} n, & \text{якщо } n = 2k, \\ \frac{1}{n}, & \text{якщо } n = 2k, \text{ де } k \in N \end{cases}$  ;

тоді маємо наступну послідовність: 1; 2;  $\frac{1}{3}$ ; 4; ...;  $\frac{1}{2k-1}$ ; 2k;  $\frac{1}{2k+1}$ ; ...

Аналітичний спосіб задання послідовностей дає можливість лаконічно і чітко вказати закон запису числової послідовності.

**№2 Рекурентний спосіб задання послідовності:** спочатку вказують перший член послідовності (або кілька перших членів), потім дають формулу, яка дає можливість визначити будь-який член послідовності за відомими попередніми членами. Наприклад:

а). Нехай  $a_1 = 1$  і при  $n \geq 1$  маємо формулу  $a_{n+1} = (n + 1) a_n$ . Тоді одержимо наступну послідовність: 1; 2; 6; 24; ...

б). Розглянемо послідовність, у якої  $a_1 = 1$ ,  $a_2 = 1$ ,  $a_n = a_{n-2} + a_{n-1}$ , при  $n \geq 3$ .

Одержимо знамениту послідовність Фібоначчі 1; 1; 2; 3; 5; 8; 13; ... Цю послідовність задано і аналітично формулою Біне:

$$a_n = \frac{1}{\sqrt{5}} \left( \left( \frac{1+\sqrt{5}}{2} \right)^n - \left( \frac{1-\sqrt{5}}{2} \right)^n \right).$$

Але цей перехід від рекурентного задання

послідовності до аналітичного важкий і громіздкий.

**№3 Описовий спосіб задання послідовності.**

Наприклад:

а). Членами послідовності  $(C_n)$  є двоцифрові числа, складені з цифр 2 і 3 взяті в порядку зростання: маємо  $C_1 = 22$ ;  $C_2 = 23$ ;  $C_3 = 32$ ;  $C_4 = 33$ .

Ця послідовність скінченна.

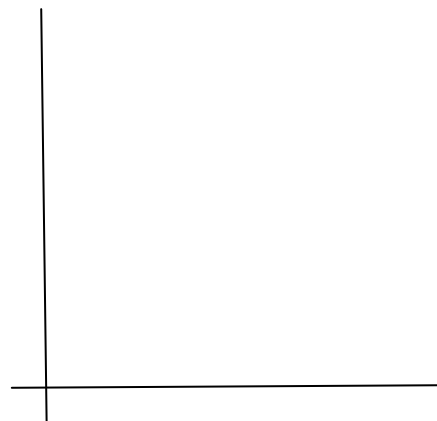
б). Послідовність простих чисел у порядку зростання:

2; 3; 5; 7; 11; 13; ... Ця послідовність нескінченна, її не можна задати ні рекурентно, ні аналітично.

**№4 Графічний спосіб задання послідовності.**

Члени числової послідовності у такий спосіб зображають, або точками числової осі, або точками системи координат.

Наприклад розглянемо послідовність парних чисел  $a_n = 2n$  на горизонтальній осі відкладають значення  $n$ , на вертикальній осі значення  $a_n$ .



**№5 Табличний спосіб задання послідовності.** Зв'язок між номером члена  $n$  і самим членом послідовності  $a_n$  можна задати у вигляді таблиці.

Наприклад:

$n$	1	2	3	4	5	6	....	$n$
$a_n$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{7}$	....	$\frac{1}{n+1}$

3. Властивості числових послідовностей.

**1 Обмеженість і необмеженість числових послідовностей.**

Означення: Послідовність  $a_n$  називається обмеженою, якщо існують такі два числа  $m$  і  $M$ , що при всіх  $n$  виконується нерівність  $m \leq a_n \leq M$ . При цьому говорять, що  $m$  обмежує послідовність знизу, а число  $M$  – зверху. Наприклад:

послідовність  $a_n = \frac{n-1}{n+1}$  є обмеженою бо  $0 \leq \frac{n-1}{n+1} \leq 1$ .

**2 Зростаючі і спадні послідовності.**

Означення 1: Послідовність  $(a_n)$  називається зростаючою, якщо кожен її член, починаючи з другого, більший від попереднього, тобто  $a_{n+1} > a_n$ . Наприклад:  $a_n = 2n - 1$ , тобто маємо послідовність виду:

1; 3; 5; 7; ...;  $2n - 1$ ; ...

Означення 2: Послідовність  $(a_n)$  називається спадною, якщо кожен її член, починаючи з другого, менший від попереднього, тобто  $a_{n+1} < a_n$ . Наприклад:

послідовність правильних дробів:  $\frac{1}{2}; \frac{1}{3}; \frac{1}{4}; \dots; \frac{1}{n+1}; \dots$

Означення 3: Послідовність  $(a_n)$  називається неспадною, якщо кожен її член, починаючи з другого, не менший від попереднього, тобто  $a_{n+1} \geq a_n$ .

Наприклад: послідовність: 1; 1; 2; 2; 3; 3; ... n; n; ...

Означення 4: Послідовність  $(a_n)$  називається незростаючою, якщо кожен її член, починаючи з другого, не більший від попереднього, тобто  $a_{n+1} \leq a_n$ .

Наприклад: послідовність  $1; 1; \frac{1}{2}; \frac{1}{2}; \frac{1}{3}; \frac{1}{3}; \dots; \frac{1}{n}; \frac{1}{n}; \dots$

Означення 5: Стала послідовність – це послідовність у якої всі члени рівні.

Наприклад: 4; 4; 4; ...; 4; ...

Розглянемо послідовність  $a_n = 2n$  парних чисел: 2; 4; 6; 8; ...;  $2n$ ; ... Утворимо нову послідовність чисел з членів даної, які кратні 6 у тому ж порядку, тобто: 6; 12; 18; 24; ...;  $6n$ ; Ця послідовність є підпослідовністю даної послідовності  $(a_n)$ .

Отже, *підпослідовність – це підмножина множини членів вихідної послідовності взятих відповідно порядку запису.*

## II. Висновки.

Числові послідовності бувають:

Скінченні	Нескінченні
Обмежені	Необмежені
Зростаючі, спадні, незростаючі, неспадні, сталі	

Числові послідовності задають:

1	Аналітичним способом – за допомогою формули n-го члена послідовності.
2	Рекурентним способом – перший (перші) члени і формула наступного члена.
3	Описовим способом - словесно.
4	Графічним способом – точками числової прямої, або системи координат.
5	Табличним способом – складання таблиці.

## III. Домашнє завдання:

1. Вивчити конспект.
2. Підготувати повідомлення про математиків, які розвивали вчення про послідовності.
3. № 12, ст. 83.

**Тема:** Арифметична прогресія, її властивості. Формула n-го члена арифметичної прогресії.

**Мета:** Засвоїти означення арифметичної прогресії і її властивостей; виведення формули n-го члена арифметичної прогресії і застосування цієї формули до розв'язування задач; розвиток уваги, пам'яті, логічного мислення; виховання самостійності, наполегливості, культури математичної мови і письма.

**Тип уроку:** комбінований урок.

План.

### I. Перевірка домашнього завдання:

1. Хто з видатних математиків світу розвивав вчення про числові послідовності?
2. Які бувають числові послідовності?
3. Якими способами задають числові послідовності?
4. Дати означення числової послідовності.

### II. Актуалізація опорних знань учнів:

1. Яким способом задано дану послідовність:  $y_n = 2^{n-1}$ . Знайти перші п'ять членів цієї послідовності. Якою є дана послідовність? (1; 2; 4; 8; 16; ...).
2. Знайти формулу n-го члена для даної послідовності:  $a_1 = 2, a_{n+1} = \frac{a_n}{2}$ .  
(2; 1;  $\frac{1}{2}$ ;  $\frac{1}{2^2}$ ;  $\frac{1}{2^3}$ ; ...;  $\frac{1}{2^{n-2}}$ ; ...). Яким способом задана дана послідовність? Якою є дана послідовність?

### III. Засвоєння нового матеріалу. Тема: Арифметична прогресія, її властивості. Формула n-го члена арифметичної прогресії.

Учні самостійно опрацьовують теоретичний матеріал за підручником (автор - Коваленко) ст. 87-88.

План.

1. Означення арифметичної прогресії.
2. Різниця прогресії. Як знайти різницю прогресії?
3. Зростаюча, спадна арифметична прогресія.
4. Виведення формули n-го члена арифметичної прогресії.  
Методом бесіди з класом вчитель виясляє рівень засвоєння теоретичного матеріалу. Приклади, які дають можливість це зрозуміти.
  - 1). Чи є дана послідовність арифметичною прогресією? Якщо є то назвати її різницю:
 

а). $x_n = \frac{n}{n+1}$ ;	( $x_1 = \frac{1}{2}$ ; $x_2 = \frac{2}{3}$ ; $x_3 = \frac{3}{4}$ ; $x_4 = \frac{4}{5}$ )
б). $x_n = 2n - 1$ ;	(1; 3; 5; 7; ...)
в). -8; -6,5; -5; -3,5; ...	(d = 1,5)
  - 2). Вказати перші 5 членів арифметичної прогресії ( $a_n$ ), якщо :
 

а). $a_1 = 10$ ; d = 4	(10; 14; 18; 22; 26; ...)
б). $S_1 = -20$ ; d = 3	(-20; -17; -14; -11; -8; ...)

 Якими є ці прогресії?
  - 3). Назвати формулу n-го члена арифметичної прогресії. Знайти:
 

а). $a_{11}$ , якщо $a_1 = -3$ , d = 0,7	(4)
б). $a_{23}$ , якщо прогресія має вигляд: 11; 7; 3; ...	(-77)
  - 4). Знайти перший член арифметичної прогресії ( $X_n$ ), якщо  $x_{45} = -208$ , d = -7 (100)

#### IV. Закріплення вивченого матеріалу.

Задача № 1. Знайти різницю арифметичної прогресії

$(Y_n)$  в якій  $y_1 = 28$ ;  $y_{15} = -21$ .

$(-3,5)$

Задача № 2. Знайти перший член і різницю

арифметичної прогресії  $(C_n)$ , якщо  $c_5 = 27$ ,  $c_{27} = 60$

$(c_1 = 21, d = 1,5)$

Задача № 3. Між числами 5 і 1 вставте сім таких чисел, щоб вони разом з даними числами утворили арифметичну прогресію.

Розв'язання:

$a_1 = 5$ ;  $a_2$ ;  $a_3$ ;  $a_4$ ;  $a_5$ ;  $a_6$ ;  $a_7$ ;  $a_8$ ;  $a_9 = 1$

$a_9 = a_1 + 8d$ , звідси  $d = \frac{a_9 - a_1}{8} = -\frac{1}{2}$ , тому  $a_2 = 4,5$ ;  $a_3 = 4$ ;  $a_4 = 3,5$ ;  $a_5 = 3$ ;

$a_6 = 2,5$ ;  $a_7 = 2$ ;  $a_8 = 1,5$ .

Відповідь: 4,5; 4; 3,5; 3; 2,5; 2; 1,5

Задача № 4. Скільки від'ємних чисел містить арифметична прогресія? Знайти перший додатний член цієї прогресії: -20,3; -18,7; -17,1; ...

Розв'язання:

$d = -18,7 - (-20,3) = 1,6$ , нехай  $a_n$  – останній від'ємний член даної прогресії, тоді

$$a_n = a_1 + d(n-1) < 0$$

$$-20,3 + 1,6(n-1) < 0$$

$$n < 13\frac{11}{16}$$

отже, при  $n = 14$ ,  $a_n$  буде додатним,  $a_{14} = 0,5$ .

Відповідь: 13 від'ємних членів;  $a_{14} = 0,5$ .

**Основна (характеристична) властивість арифметичної прогресії:**

$$a_n = \frac{a_{n-1} + a_{n+1}}{2}$$

**Будь-який член арифметичної прогресії, починаючи з другого, дорівнює середньому арифметичному сусідніх з ним членів і навпаки.**

Скінченна арифметична прогресія має таку властивість: **Сума двох членів, рівновіддалених від крайніх членів дорівнює сумі крайніх членів.**

#### V. Висновки:

1. Навести приклади арифметичної прогресії.
2. Означення арифметичної прогресії.
3. Формула n-го члена арифметичної прогресії.

#### VI. Домашнє завдання: § 2, ст. 87-89, № 2, 3, 4, 5 ст. 90



**Тема:** Формула суми  $n$ -перших членів арифметичної прогресії.

**Мета:** Засвоїти виведення формули суми  $n$ -перших членів арифметичної прогресії і застосування цієї формули до розв'язування задач; розвиток уваги, пам'яті, логічного мислення, виховання культури математичної мови і письма.

**Тип уроку:** Комбінований урок.

План.

### I. Перевірка домашнього завдання.

Вивести формулу  $n$ -го члена арифметичної прогресії.

### II. Актуалізація опорних знань.

№1. Означення арифметичної прогресії.

№2. Формула  $n$ -го члена арифметичної прогресії.

№3. Властивості арифметичної прогресії.

*Задача.*

Сума перших 3-х чисел, що становлять арифметичну прогресію дорівнює 12, а сума квадратів цих же чисел дорівнює 66. Знайти ці числа.

Розв'язання:

$$a_1 + a_2 + a_3 = 12 \text{ маємо } 3a_1 + 3d = 12, \quad a_1 + d = 4, \quad \underline{a_1 = 4 - d}$$

$$a_1^2 + a_2^2 + a_3^2 = 66,$$

піднесемо 1-ше рівняння до квадрату  $(a_1 + a_2 + a_3)^2$ ,

$$\underbrace{a_1^2 + a_2^2 + a_3^2}_{66} + 2(a_1a_2 + a_1a_3 + a_2a_3) = 144,$$

$$2(a_1a_2 + a_1a_3 + a_2a_3) = 78,$$

$$a_1a_2 + a_1a_3 + a_2a_3 = 36,$$

$$a_1(a_1+d) + a_1(a_1+2d) + (a_1+d)(a_1+2d) = 39,$$

$$4(4-d) + (4-d)(4+d) + 4(4+d) = 39,$$

$$16 - 4d + 16 - d^2 + 16 + 4d = 39,$$

$$-d^2 + 48 = 39,$$

$$d^2 = 9, \quad d = \pm 3,$$

$$\text{якщо } d = -3 \quad d = 3,$$

$$a_1 = 4 - (-3) = 7 \quad a_1 = 4 - 3 = 1,$$

$$a_2 = 4 \quad a_2 = 4,$$

$$a_3 = 1 \quad a_3 = 7.$$

Відповідь: 1; 4; 7 або 7; 4; 1.

### III. Повідомлення теми уроку:

Тема уроку: «Формула суми  $n$ -перших членів арифметичної прогресії».

### IV. Засвоєння нового матеріалу.

Нехай дано арифметичну прогресію  $(a_n)$ , тоді

$$S_{n1} = a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_{n-1} + a_n$$

$$+ S_{n2} = a_n + a_{n-1} + a_{n-2} + \dots + a_3 + a_2 + a_1$$

$$S_{n1} + S_{n2} = (a_1 + a_n) + (a_2 + a_{n-1}) + \dots + (a_{n-1} + a_2) + (a_n + a_1)$$

таких пар рівно  $n$  тому,  $2S_n = (a_1 + a_n) \cdot n$ , звідси,  $S_n = \frac{a_1 + a_n}{2} \cdot n$ , формула суми  $n$ -перших членів

арифметичної прогресії. Враховуючи, що  $a_n = a_1 + d(n-1)$ , маємо іншу формулу:

$$S_n = \frac{2a_1 + d(n-1)}{2} \cdot n$$

Застосування формули суми n-перших членів арифметичної прогресії до розв'язування вправ:

№1. Знайти суму 8-ми перших членів арифметичної прогресії: 14,2; 9,6; 5; ...

Розв'язання:

$$d = 9,6 - 14,2 = -4,6,$$

$$S_8 = \frac{a_1 + a_8}{2} \cdot 8 = (a_1 + a_8) \cdot 4,$$

$$a_8 = a_1 + 7d = 14,2 + 7 \cdot (-4,6) = 14,2 - 32,2 = -18, \text{ тому}$$

$$S_8 = (14,2 + (-18)) \cdot 4 = -3,8 \cdot 4 = -15,2$$

Відповідь: -15,2

№2. Знайти суму усіх натуральних чисел від 20 до 120 включно (не більше ніж 120).

Розв'язання:

$$a_1 = 20; \quad d = 1; \quad n = 121 - 20 = 101; \quad a_{101} = 120;$$

$$S_{101} = \frac{a_1 + a_{101}}{2} \cdot 101 = \frac{20 + 120}{2} \cdot 101 = 70 \cdot 101 = 7070.$$

Відповідь: 7070.

№3. Знайти суму усіх натуральних чисел, які кратні 7 і не більші за 130.

Розв'язання:

$$a_1 = 7; \quad d = 7; \quad a_n = 126; \quad n = \frac{a_n}{7} = \frac{126}{7} = 18;$$

$$a_n = a_1 + 7(n-1) = 126, \quad 7n = 126, \quad n = 18;$$

$$S_{18} = \frac{a_1 + a_{18}}{2} \cdot 18 = (a_1 + a_{18}) \cdot 9 = 1197.$$

Відповідь: 1197.

№4. Знайти суму 20-ти перших членів арифметичної прогресії ( $a_n$ ), якщо  $a_7 = 18,5$  і  $a_{17} = -26,5$

Розв'язання:

$$\begin{cases} a_7 = a_1 + 6d; \\ a_{17} = a_1 + 16d; \end{cases} \quad \begin{cases} a_1 + 6d = 18,5; \\ a_1 + 16d = -26,5; \end{cases} \quad \begin{cases} -10d = 45, \\ d = -4,5 \end{cases}$$

$$a_1 = 18,5 - 6d = 45,5 \quad S_{20} = \frac{2a_1 + 19d}{2} \cdot 20 = (2a_1 + 19d) \cdot 10 = 55.$$

Відповідь: 55

№5. Знайти різницю арифметичної прогресії ( $a_n$ ) і її 1-й член, якщо  $a_6 = 15$ ,  $S_8 = 60$ .

Розв'язання:

$$\begin{cases} a_6 = a_1 + 5d; \\ S_8 = \frac{2a_1 + 7d}{2} \cdot 8 = (2a_1 + 7d) \cdot 4; \end{cases}; \quad \begin{cases} a_1 + 5d = 15; \\ (2a_1 + 7d) \cdot 4 = 60; \end{cases} \quad \begin{cases} a_1 + 5d = 15; \\ 2a_1 + 7d = 15; \end{cases}$$

$$\begin{cases} -2a_1 - 10d = -30; \\ 2a_1 + 7d = 15; \end{cases} \quad \begin{cases} -3d = -15, \\ d = 5, \end{cases} \quad \begin{cases} a_1 = 15 - 5d = -10. \end{cases}$$

Відповідь:  $d = 5$ ,  $a_1 = -10$ .

## V. Висновки:

Формули суми n-перших членів арифметичної прогресії:

$$S_n = \frac{a_1 + a_n}{2} \cdot n \quad S_n = \frac{2a_1 + d(n-1)}{2} \cdot n$$

Яку формулу і коли зручніше використовувати?

VI. Домашнє завдання: ст. 89-91 (Коваленко), № 9, 14.

№ 6.

**Тема:** Самостійна робота № 1 за темою: «Арифметична прогресія».

**Мета:** Перевірити якість засвоєння навчального матеріального і рівень умінь і навиків застосування теоретичного матеріалу до розв'язування задач; розвиток пам'яті, логічного мислення, уваги, наполегливості, старанності; виховання культури математичної мови і письма.

**Тип уроку:** урок застосування знань, умінь і навиків.

План уроку:

- I. Перевірка домашнього завдання. (відповіді на запитання).
- II. Актуалізація опорних знань.
- III. Самостійна робота у вигляді тестів на 4 варіанти. (додаток № 1).
- IV. Домашнє завдання.

Розділ II, § 2, ст. 87-93 (Коваленко), №№ 15, 19, 22, ст. 92

№ 7-8.

**Тема:** Аналіз самостійної роботи. Геометрична прогресія. Формула n-го члена геометричної прогресії. Формула суми n-перших членів геометричної прогресії.

**Мета:** Проаналізувати допущені при виконанні самостійної роботи помилки; виконати закріплюючі вправи; засвоєння означення геометричної прогресії, виведення формул n-го члена геометричної прогресії і формули суми n-перших членів геометричної прогресії; розвиток уваги, мислення; пам'яті, виховання культури математичної мови і письма.

**Тип уроку:** урок аналізу і узагальнення; засвоєння нового матеріалу методом шкільної лекції.

План уроку:

I. Аналіз самостійної роботи.

Задача №1. Знайти суму всіх від'ємних членів арифметичної прогресії:

$$-15,9; -15,3; -14,7; \dots$$

Розв'язання:

$$d = -15,3 - (-15,9) = 0,6,$$

$$a_n = a_1 + 0,6(n-1) < 0,$$

$$-15,9 + 0,6n - 0,6 < 0,$$

$$0,6n < 16,5$$

$n < 27\frac{1}{2}$ , отже дана прогресія має 27 від'ємних членів.

$$a_{27} = a_1 + 26d = -15,9 + 15,6 = -0,3$$

$$S_{27} = \frac{a_1 + a_{27}}{2} \cdot 27 = \frac{-15,9 - 0,3}{2} \cdot 27 = -218,7$$

Відповідь: -218,7

II. Перевірка домашнього завдання.

III. Засвоєння нового матеріалу за планом:

1). Приклади задач, що приводять до геометричної прогресії. (ст. 95, приклади 1 і 2 учні опрацьовують самостійно).

2). Означення геометричної прогресії.

3). Знаменник прогресії:  $q = \frac{b_{n+1}}{b_n}$ .

4). Формула n-го члена геометричної прогресії (виводить учень біля дошки)

( $b_n$ ):  $b_1; b_2; b_3; \dots; b_n; \dots$

$$b_2 = b_1q,$$

$$b_3 = b_2q = b_1q^2,$$

$$b_4 = b_3q = b_1q^3,$$

.....

$$b_n = b_1q^{n-1}.$$

доводимо правильність формули для будь-якого члена геометричної прогресії методом математичної індукції (лекція вчителя):

1. перевіряємо правильність формули для  $n = 1$ ;

2. припускаємо, що формула правильна для  $n = k$ ,  $k \in \mathbb{N}$ , тобто  $b_k = b_1q^{k-1}$ ;

3. доводимо, що ця формула буде правильною і для  $n = k + 1$ , тобто,

$$b_{k+1} = b_1q^k. \text{ За означенням геометричної прогресії } b_{k+1} = b_kq \text{ і}$$

$b_{k+1} = b_1 q^{k-1} q = b_1 q^k$ , що і вимагалось довести. Отже, формула  $b_n = b_1 q^{n-1}$  правильна для будь-якого  $n \in \mathbb{N}$ .

5). *Властивості геометричної прогресії.*

1. Основна (характеристична) властивість геометричної прогресії: квадрат будь-якого члена геометричної прогресії, починаючи з другого, дорівнює добутку двох сусідніх її членів  $b_n^2 = b_{n-1} b_{n+1}$ , або кожен член геометричної прогресії, починаючи з другого є середнім геометричним двох сусідніх членів і навпаки.
2. Скінчення геометрична прогресія має таку властивість: добуток членів геометричної прогресії, рівновіддалених від кінців дорівнює добутку крайніх членів цієї прогресії.

6). *Формула суми n-перших членів геометричної прогресії.*

Нехай дано геометричну прогресію яка містить n-членів:

$$S_n = b_1 + b_2 + b_3 + \dots + b_{n-2} + b_{n-1} + b_n, \quad \text{або}$$

$$S_n = b_1 + b_1 q + b_1 q^2 + \dots + b_1 q^{n-2} + b_1 q^{n-1}$$

домножимо обидві частини другої суми на q, тоді

$$S_n q = b_1 q + b_1 q^2 + b_1 q^3 + \dots + b_1 q^{n-1} + b_1 q^n,$$

розглянемо різницю  $S_n - S_n q$ , одержимо  $S_n - S_n q = b_1 - b_1 q^n$  або

$$S_n(1-q) = b_1(1-q^n), \text{ звідси } S_n = \frac{b_1(1-q^n)}{1-q} = \frac{b_1(q^n-1)}{q-1}$$

$$S_n = \frac{b_1(q^n-1)}{q-1} - \text{формула суми n-перших членів}$$

геометричної прогресії

IV. *Висновки:*

- 1). Означення геометричної прогресії.
- 2). Як знайти знаменник геометричної прогресії:  $q = \frac{b_n + 1}{b_n}$ .
- 3). Формула n-го члена геометричної прогресії:
  - а). Знайти  $b_7$ , якщо  $b_1 = 6$ ;  $q = 2$ . ( $b_7 = b_1 q^6 = 6 \cdot 2^6 = 384$ ).
  - б). Знайти q, якщо геометричну прогресію подано у вигляді:  
-40; -20; -10; ...
- 4). Властивості геометричної прогресії.
- 5). Формула суми n-перших членів геометричної прогресії.
  - а). Знайти суму шести перших членів геометричної прогресії, якщо  $s_1 = -4$ ;  $q = 3$ . (Відповідь: -1456)
  - б). Знайти суму п'яти перших членів геометричної прогресії, якщо  $x_5 = 1\frac{1}{9}$ ;  $q = \frac{1}{3}$ . (Відповідь:  $134\frac{4}{9}$ )

V. *Домашнє завдання.*

Вивчити конспект, § 3 підручника, ст. 95-97, № 44, ст. 93.

Тема: Розв'язування задач і вправ на геометричну прогресію.

Мета: Закріплення умінь і навиків розв'язування задач на геометричну прогресію; застосування формул  $n$ -го члена і суми  $n$ -перших членів геометричної прогресії; властивостей геометричної прогресії; розвиток уваги, мислення, пам'яті; виховання самостійності, працелюбності, наполегливості, творчої ініціативи.

Тип уроку: урок закріплення знань, умінь і навиків.

План.

### I. Перевірка домашнього завдання.

- 1). Вивести формулу  $n$ -го члена геометричної прогресії.
- 2). Вивести формулу суми  $n$ -перших членів геометричної прогресії.
- 3). Означення геометричної прогресії і її властивості.

### II. Тема уроку:

Розв'язування задач і вправ на геометричну прогресію.

*Задача 1.* Чи є послідовність задана формулою  $b_n = \frac{1}{2^{n-2}}$  геометричною прогресією?

Якщо є то знайти знаменник цієї прогресії.

Розв'язання:

запишемо послідовність у розгорнутому вигляді:  $2; 1; \frac{1}{2}; \frac{1}{4}; \frac{1}{8}; \dots$

$q = 1 : 2 = \frac{1}{2}; q = \frac{1}{2} : 1 = \frac{1}{4} : \frac{1}{2} = \frac{1}{8} : \frac{1}{4} = \frac{1}{2}$ . Отже, дана послідовність є геометричною прогресією.

*Задача 2.* Знайти перший член геометричної прогресії ( $b_n$ ), якщо  $b_5 = 17,5; q = -2,5$ .

(Відповідь:  $\frac{56}{125}$ ).

*Задача 3.* Знайти знаменник і перший член геометричної прогресії ( $C_n$ ), якщо  $C_5 = -6; C_7 = -54$ .

Розв'язання:

$$\begin{cases} c_5 = c_1 \cdot q^4, \\ c_7 = c_1 \cdot q^6; \end{cases} \quad \begin{cases} c_1 \cdot q^4 = -6, \\ c_1 \cdot q^6 = -54; \end{cases} \quad c_1 = \frac{-6}{q^4};$$

$$c_1 \cdot q^6 = \frac{-6}{q^4} \cdot q^6 = -54; q^2 = 9; q = \pm 3;$$

якщо,  $q = 3$ , то

$$c_1 = -\frac{2}{27};$$

$q = -3$ , то

$$c_1 = -\frac{2}{27};$$

Відповідь:  $-\frac{2}{27}; \pm 3$ .

*Задача 4.* Між числами 5 і 1280 вставте три таких числа, щоб вони разом з даними числами утворили геометричну прогресію.

(Відповідь: 20; 80; 320)

*Задача 5.* У геометричній прогресії  $x_1 = 11, x_n = 88, S_n = 165$ . Знайти  $q$  і  $n$ .

Розв'язання:

$$\begin{cases} x_n = x_1 \cdot q^{n-1}, \\ S_n = \frac{x_1 \cdot (q^n - 1)}{q - 1}; \end{cases} \quad \begin{cases} x_1 \cdot q^{n-1} = 88, \\ \frac{x_1 \cdot (q^n - 1)}{q - 1} = 165; \end{cases} \quad \begin{cases} 11 \cdot q^{n-1} = 88, \\ \frac{11 \cdot (q^n - 1)}{q - 1} = 165; \end{cases} \quad \begin{cases} q^{n-1} = 8, \\ \frac{q^n - 1}{q - 1} = 15; \end{cases}$$

$$\begin{cases} q^{n-1} = 8, \\ q^n - 15q = -14; \end{cases} \quad \begin{cases} q(q^{n-1} - 15) = -14; \\ q(8 - 15) = -14; \end{cases} \quad \begin{cases} -7q = -14; \\ 2^{n-1} = 2^3, \end{cases} \quad \begin{cases} q = 2, \text{ тоді } 2^{n-1} = 8; \\ \text{звідси } n - 1 = 3; \quad n = 4. \end{cases}$$

Відповідь: 2; 4.

**Задача 6.** Знайти  $x$  за якого числа  $x - 2$ ,  $3x$  і  $9x + 30$  складають геометричну прогресію.

Розв'язання:

за властивістю геометричної прогресії:  $b_n^2 = b_{n-1}b_{n+1}$ , маємо

$$(3x)^2 = (x-2)(9x+30); \quad 12x = 60; \quad x = 5, \text{ тоді}$$

3; 15; 75; - геометрична прогресія із знаменником 5.

Відповідь: 3; 15; 75.

**Задача 7.** Знайти перший член геометричної прогресії, яка складається з шести членів, якщо сума трьох її членів з непарними номерами дорівнює 546, а сума трьох інших членів дорівнює 182.

Розв'язання:

$$\begin{cases} b_1 + b_3 + b_5 = 546, \\ b_2 + b_4 + b_6 = 182; \end{cases} \quad \begin{cases} b_1 + b_1q^2 + b_1q^4 = 546, \\ b_1q + b_1q^3 + b_1q^5 = 182; \end{cases} \quad \begin{cases} b_1(1 + q^2 + q^4) = 546, \\ b_1q(1 + q^2 + q^4) = 182; \end{cases} \quad \text{тоді,}$$

$$\frac{b_1(1 + q^2 + q^4)}{b_1q(1 + q^2 + q^4)} = \frac{546}{182}; \quad \frac{1}{q} = \frac{3}{1}; \quad q = \frac{1}{3}, \quad \text{тому } b_1 = \frac{546}{1 + q^2 + q^4} = \frac{546 \cdot 81}{91} = 486.$$

Відповідь: 486.

### III. Висновки.

- 1). Означення геометричної прогресії і її властивості.
- 2). Формула  $n$ -го члена геометричної прогресії.
- 3). Формула суми  $n$ -перших членів геометричної прогресії.

### IV. Домашнє завдання.

Підручник (Коваленко) ст. 100, № 1, 3, 6.

Додаткове завдання:

Сума чотирьох чисел, які утворюють геометричну прогресію дорівнює -40, а сума їх квадратів дорівнює 3280. Знайти ці числа.

(Відповідь: 2; -6; 18; -54; або -54; 18; -6; 2;)

**Тема:** Сума нескінченно спадної геометричної прогресії при  $|q| < 1$ .

Самостійна робота.

**Мета:** Засвоїти виведення формули нескінченно спадної геометричної прогресії і набуття умінь і навиків застосування цієї формули до розв'язування задач; закріплення умінь і навиків розв'язування задач на геометричну прогресію; розвиток уваги, пам'яті, мислення; виховання самостійності, наполегливості, культури математичної мови і письма.

**Тип уроку:** комбінований урок.

План уроку:

**I. Перевірка домашнього завдання.**

**II. Актуалізація опорних знань учнів.**

- 1). Означення геометричної прогресії, її знаменник.
- 2). Формула n-го члена геометричної прогресії.
- 3). Властивості геометричної прогресії.
- 4). Формула суми n-перших членів геометричної прогресії.

**III. Засвоєння нового матеріалу** за темою: Сума нескінченно спадної геометричної прогресії при  $|q| < 1$ .

Задача Записати число  $\frac{1}{3}$  у вигляді нескінченного періодичного дробу, як суму

розрядних одиниць:  $\frac{1}{3} = 0,333\dots = 0,3 + 0,03 + 0,003 + \dots$ ,

отже,  $\frac{1}{3}$  є сумою нескінченно спадної геометричної прогресії:

0,3; 0,03; 0,003; ... де  $b_1 = 0,3$ ,  $q = 0,1$

запишемо формулу суми n-перших членів геометричної прогресії:

$S_n = \frac{b_1(q^n - 1)}{q - 1} = \frac{b_1q^n - b_1}{q - 1} = \frac{b_1 - b_1q^n}{1 - q} = \frac{b_1}{1 - q} - \frac{b_1q^n}{1 - q}$ , отже  $S_n = \frac{b_1}{1 - q} - \frac{b_1}{1 - q}q^n$ , якщо

$|q| < 1$ , то при необмеженому збільшенні n множник  $q^n$  буде прямувати до 0, а

отже прямує до 0 і добуток  $\frac{b_1}{1 - q}q^n$ . Тому при необмеженому збільшенні n сума

$S_n$  прямує до числа  $\frac{b_1}{1 - q}$ .

Отже,  $S_n = \frac{b_1}{1 - q}$  - формула суми нескінченно спадної геометричної прогресії при  $|q| < 1$ .

**IV. Закріплення нового матеріалу.**

- 1). Знайти суму нескінченно спадної геометричної прогресії,

якщо  $b; -1\frac{1}{2}; \frac{3}{8}; \dots$

(Відповідь:  $4\frac{4}{5}$ ).



- 2). Знайти суму нескінченно спадної геометричної прогресії, якщо  $b_4 = \frac{8}{27}$ ,  $q = \frac{1}{3}$ .

Розв'язання:

за формулою n-го члена геометричної прогресії маємо  $b_4 = b_1 q^3$ , звідси

$$b_1 = \frac{b_4}{q^3} = \frac{\frac{8}{27}}{\left(\frac{1}{3}\right)^3} = \frac{8 \cdot 27}{27 \cdot 1} = 8, \text{ тоді } S_n = \frac{b_1}{1-q} = \frac{8}{1-\frac{1}{3}} = 12.$$

Відповідь: 12.

- 3). У рівносторонній трикутник зі стороною **a** вписано новий трикутник, вершинами якого є сторони даного трикутника, у цей трикутник таким самим способом вписано новий трикутник і т.д. до нескінченності. Знайти суму всіх периметрів і суму усіх площ цих трикутників.

Розв'язання:

кожен трикутник утворений середніми лініями попереднього трикутника має сторону у два рази меншу за сторону попереднього трикутника, тому  $P_1$

$$= 3a, \quad P_2 = 3 \cdot \frac{1}{2}a = \frac{3}{2}a; \quad P_3 = \frac{3}{4}a \text{ і т.д.}$$

$$S_1 = \frac{a^2 \sqrt{3}}{4}; \quad S_2 = \frac{a^2 \sqrt{3}}{16}; \quad S_3 = \frac{a^2 \sqrt{3}}{64} \quad \text{і т.д., маємо}$$

нескінченно спадні геометричні прогресії:

$$3a; \frac{3}{2}a; \frac{3}{4}a; \dots \quad q = \frac{1}{2}$$

$$\frac{a^2 \sqrt{3}}{4}; \frac{a^2 \sqrt{3}}{16}; \frac{a^2 \sqrt{3}}{64}; \dots \quad q = \frac{1}{4},$$

суми яких відповідно дорівнюють  $S_1 = \frac{3a}{1-\frac{1}{2}} = 6a;$

$$S_2 = \frac{\frac{a^2 \sqrt{3}}{4}}{1-\frac{1}{4}} = \frac{a^2 \sqrt{3}}{3}.$$

Відповідь:  $6a; \frac{a^2 \sqrt{3}}{3}$ .

#### V. Підсумок уроку.

- 1). Що являє собою нескінченно спадна геометрична прогресія?
- 2). Як знайти суму нескінченно спадної геометричної прогресії?

#### VI. Домашнє завдання:

Р. П, § 4, № 6,7,10 ст. 106.

#### VII. Самостійна робота № 2. (тестові завдання в 4 варіантах) (додаток №2).

**Тема:** Аналіз самостійної роботи. Розв'язування задач на прогресії і послідовності.

**Мета:** Проаналізувати допущені помилки; закріпити уміння і навички розв'язування задач на прогресії і послідовності; розвиток уваги, пам'яті, логічного мислення; виховання самостійності, творчості (пошуків різних способів розв'язання задач), наполегливості; культури математичної мови і письма.

**Тип уроку:** узагальнень, висновків і закріплення умінь і навичок.

План уроку:

### I. Аналіз самостійної роботи.

### II. Актуалізація опорних знань методом коментованого математичного диктанту.

Математичний диктант:

1). Знайти перші п'ять членів послідовності:  $x_n = n^2 - 5n + 1$ . Яким способом задана дана послідовність? Перелічити властивості послідовності.

(-3; -5; -5; -3; 1; ...)

2). Визначити вид даної послідовності:

а). -10,5; -10,25; -10; -9,75; ... Знайти її перший додатний член

$$(d = \frac{1}{4}; a_{43} = \frac{1}{4})$$

б).  $b_1; b_2; b_3; 36; 54; 81; \dots$  Знайти  $b_1; b_2; b_3$ .

$$(q = 1,5; b_1 = 12; b_2 = 16; b_3 = 24)$$

в). знайти суму:  $95+85+75+\dots+(-155)$

$$(d = -10; a_n = -155; n = 26; S_{26} = -780)$$

3). Зниження собівартості товару складає 5% на рік. Початкова собівартість дорівнює 800грн. Якою стане собівартість товару через 3 роки?

(685,9 грн)

### III. Тема уроку: Розв'язування задач на прогресії і послідовності.

№1. Дано геометричну прогресію в якій  $b_3 = 18, b_5 = 162 (b_n > 0)$ . Скільки членів прогресії потрібно взяти, щоб їхня сума дорівнювала 80?

Розв'язання:

використовуючи формулу n-го члена геометричної прогресії маємо:

$$\begin{cases} b_1 q^2 = 18, \\ b_1 q^4 = 162; \end{cases} \quad \text{звідси} \quad b_1 = \frac{18}{q^2}, \quad \text{тоді} \quad \frac{18}{q^2} \cdot q^4 = 162, \quad q^2 = 9, \quad q = \pm 3$$

$q = -3$  – умови задачі не задовольняє, якщо  $q = 3$ , то  $b_1 = 2$ .

Використовуючи формулу суми n-перших членів геометричної прогресії

$$\text{маємо: } S_n = \frac{b_1(q^n - 1)}{q - 1}; \quad \frac{2(3^n - 1)}{3 - 1} = 80; \quad \text{тоді} \quad 3^n - 1 = 80,$$

$$3^n = 81, \quad 3^n = 3^4, \quad \text{звідси} \quad n = 4.$$

Відповідь: 4.

№2. Добуток перших трьох членів геометричної прогресії дорівнює 1728, а їх сума дорівнює 63. Знайти перший член і знаменник цієї прогресії.

Розв'язання:

$$\begin{cases} b_1 \cdot b_2 \cdot b_3 = 1728, \\ b_1 + b_2 + b_3 = 63; \end{cases} \quad \begin{cases} (b_1 q)^3 = 1728, \\ b_1(1+q+q^2) = 63; \end{cases} \quad \begin{cases} b_1 q = 12, \\ b_1(1+q+q^2) = 63; \end{cases} \quad \text{звідси}$$
$$b_1 = \frac{12}{q}, \text{ тому } \frac{12}{q} \cdot (1+q+q^2) = 63, \quad (q \neq 0) \quad \text{маємо} \quad 12q^2 - 51q + 12 = 0,$$
$$4q^2 - 17q + 4 = 0, \quad q_1 = \frac{1}{4}; \quad q_2 = 4. \quad \text{Отже, } b_1 = 48, \quad b_2 = 3.$$

Відповідь: 3 і 4; 48 і  $\frac{1}{4}$ .

№3. Чотири числа становлять арифметичну прогресію. Якщо від них відняти відповідно 10, 11, 9 і 1 то нові числа становитимуть геометричну прогресію. Знайти ці числа.

Розв'язання:

нехай  $a_1; a_2; a_3; a_4$  - арифметична прогресія, тоді  $b_1 = a_1 - 10$ ,  $b_2 = a_2 - 11$ ,  $b_3 = a_3 - 9$ ,  $b_4 = a_4 - 1$  утворюють геометричну прогресію.

Використовуючи властивість геометричної прогресії маємо:

$$\begin{cases} (a_2 - 11)^2 = (a_1 - 10)(a_3 - 9), \\ (a_3 - 9)^2 = (a_2 - 11)(a_4 - 1); \end{cases} \quad \begin{cases} (a_1 + d - 11)^2 = (a_1 - 10)(a_1 + 2d - 9), \\ (a_1 + 2d - 9)^2 = (a_1 + d - 11)(a_1 + 3d - 1); \end{cases} \quad \text{звідси}$$
$$\begin{cases} d^2 - 3a_1 - 2d = -31, \\ d^2 - 6a_1 - 2d = -70; \end{cases}$$

$$\underline{3a_1 = 39}, \quad a_1 = 13, \quad \text{тоді } d^2 - 2d - 8 = 0, \quad d_1 = -2, \quad d_2 = 4$$

Якщо,  $a_1 = 13$ ,  $d = 4$  то  $b_1 = 3$ ,  $b_2 = 6$ ,  $b_3 = 12$ ,  $b_4 = 24$  - утворюють геометричну прогресію, отже,  $a_1 = 13$ ,  $a_2 = 17$ ,  $a_3 = 21$ ,  $a_4 = 25$ .

Якщо  $a_1 = 13$  і  $d = -2$  то утворена послідовність не є геометричною прогресією.

Відповідь: 13, 17, 21, 25.

№4. Чотири числа становлять геометричну прогресію. Якщо від них відняти 2; 1; 3 і 11, то нові числа становитимуть арифметичну прогресію. Знайти ці числа.

Розв'язання:

нехай  $b_1; b_2; b_3; b_4$  - дана геометрична прогресія, тоді  $a_1 = b_1 - 2$ ;  $a_2 = b_2 - 1$ ;  $a_3 = b_3 - 3$ ;  $a_4 = b_4 - 11$  - члени відповідної арифметичної прогресії.

За властивістю арифметичної прогресії маємо

$$\begin{cases} b_2 - 1 = \frac{(b_1 - 2) + (b_3 - 3)}{2} \\ b_3 - 3 = \frac{(b_2 - 1) + (b_4 - 11)}{2} \end{cases} \quad \begin{cases} 2b_1 q - 2 = b_1 + b_1 q^2 - 5 \\ 2b_1 q^2 - 6 = b_1 q + b_1 q^3 - 12 \end{cases} \quad \begin{cases} b_1(2q - q^2 - 1) = -3, \\ b_1(2q^2 - q - q^3) = -6; \end{cases}$$

$$\text{звідси, } \frac{b_1(2q - q^2 - 1)}{b_1(2q^2 - q - q^3)} = \frac{-3}{-6} = \frac{1}{2}; \text{ тому,}$$

$4q - 2q^2 - 2 = 2q^2 - q - q^3$ ;  $q^3 - 4q^2 + 5q - 2 = 0$ , рівняння третього степеня, розв'язавши яке одержимо  $q_1 = q_2 = 1$ ,  $q_3 = 2$ . При  $q_1 = q_2 = 1$  одержуємо послідовність яка не є геометричною прогресією.

При  $q = 2$ ,  $b_1 = 3$ ;  $b_2 = 6$ ;  $b_3 = 12$ ;  $b_4 = 24$ .

Відповідь: 3, 6, 12, 24.

№5. Сума членів нескінченно спадної геометричної прогресії дорівнює 9, а сума квадратів її членів дорівнює 40,5. Знайти перший член і знаменник прогресії.

Розв'язання:

враховуючи формулу суми нескінченно спадної геометричної прогресії

$$S = \frac{b_1}{1-q}, \text{ маємо: } \begin{cases} \frac{b_1}{1-q} = 9, \\ \frac{b_1^2}{1-q^2} = 40,5; \end{cases} \quad \begin{cases} b_1 = 9(1-q) \\ \frac{81(1-q)^2}{(1-q)(1+q)} = 40,5 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} \text{звідси } 81(1-q) &= 40,5(1+q), \\ 81 - 81q &= 40,5 + 40,5q, \\ -121,5q &= -40,5, \\ q &= \frac{1}{3}, \quad b_1 = 6. \end{aligned}$$

Відповідь: 6;  $\frac{1}{3}$ .

#### IV. Підсумок уроку:

- 1). Числові послідовності і їх властивості.
- 2). Арифметична прогресія і її властивості.
- 3). Формули n-го члена і суми n-перших членів арифметичної прогресії.
- 4). Задачі прикладного характеру на арифметичну прогресію.
- 5). Геометрична прогресія і її властивості.
- 6). Формули n-го члена і суми n-перших членів геометричної прогресії.
- 7). Задачі прикладного характеру на геометричну прогресію.
- 8). Сума нескінченно спадної геометричної прогресії, задачі прикладного характеру.

#### V. Домашнє завдання:

Підготуватися до контрольної роботи; № 21, 23 ст. 101 (підр. Коваленко).

#### № 15

**Тема:** Підсумкова залікова робота за темою: «Послідовності і прогресії».

**Мета:** Перевірити якість засвоєних знань за даною темою і вміння їх застосовувати при розв'язуванні задач; розвиток уваги, пам'яті, логічного мислення; виховання самостійності, творчості (пошуків різних способів розв'язання задач), наполегливості; культури математичної мови і письма.

**Тип уроку:** урок контролю знань.

#### План.

Пропонується тестові завдання в 4-х варіантах на 40 хв. (Додаток № 3)

Домашнє завдання: переробити завдання з контрольної роботи, які, на вашу думку, розв'язані не правильно, або зовсім не розв'язані.

## Додаток № 1

Алгебра

9 клас.

### *Самостійна робота № 1. Арифметична прогресія.*

#### *Варіант № 1.*

**№1.** Знайти  $a_5$ , якщо  $a_1 = 20$  і  $d = 3$ .

- а) 35                      б) 8                      в) 32                      г) ін. відпов.

**№ 2** Знайти десятий член арифметичної прогресії:  $\frac{1}{3}$ ;  $-1$ ;  $-\frac{7}{3}$  ...

- а)  $-5\frac{2}{3}$                       б)  $-11\frac{1}{3}$                       в)  $-11\frac{2}{3}$                       г) ін. відпов.

**№3.** Знайти  $a_1$ , якщо  $a_{30} = 128$ ,  $d=4$ .

- а) -12                      б) 12                      в) 8                      г) ін. відпов.

**№4.** Знайти  $a_1$  і  $d$ , якщо  $a_4=10$ ;  $a_{13}= 64$ .

- а)  $a_1 = - 8$ ;  $d=6$ ;                      б)  $a_1 =28$ ;  $d= - 6$ ;  
в)  $a_1 = - 5$ ;  $d = 5$                       г) ін. відпов.

**№5.** Знайти  $S_{30}$ , якщо  $a_4=33$ ;  $a_{15}=88$ .

- а) 2615                      б) 2715                      в) 2315                      г) ін. відпов.

**№6.** Скільки від'ємних членів містить арифметична прогресія:  $-4,1$ ;  $-3,6$ ;  $-3,1$ ;...

- а) 8;                      б) 9                      в) 10                      г) ін. відпов.

**№7.** Знайти суму всіх натуральних чисел від 18 до 112 включно

**№ 8 .** В арифметичній прогресії  $(x_n)$ :  $x_4 + x_2 - x_3 = 4$ ,                       $x_5 + x_3 = 20$                       Знайти  $S_9$ .

**№ 9.** Сума трьох чисел, що становлять арифметичну прогресію дорівнює 15, а сума квадратів цих чисел дорівнює 93. Знайти ці числа

## Додаток № 1

Алгебра

9 клас.

### *Самостійна робота № 1. Арифметична прогресія.*

#### *Варіант № 2.*

**№1.** Чи є арифметичною прогресією послідовність  $(a_n)$ , задана формулою  $a_n=3n+1$ , якщо є то знайти  $a_1$  і  $d$ .

а) не є арифметична прогресія;                      б) є арифметична прогресія:  $a_1=4, d=3$ ;

в) є арифметична прогресія:  $a_1=1, d=3$ .

**№2.** Знайти десятий член арифметичної прогресії: 2,3; 1; -0,3...

а) 9,7                      б) 10,7                      в) -9,7                      г) ін. відпов.

**№3.** Знайти  $a_1$ , якщо  $a_{15} = -208, d = -7$ .

а) -100                      б) 110                      в) -110;                      г) ін. відпов.

**№4.** Знайти  $a_1$  і  $d$ , якщо  $a_4=33, a_{15}=88$ .

а)  $a_1=18; d = -5$ ;                      б)  $a_1=18; d = 5$

в)  $a_1 = -18; d = 5$ ;                      г) ін. відпов.

**№5.** Знайти  $S_{24}$ , якщо  $a_5 = 16; a_{12} = 58$ .

а) 1464;                      б) 1424;                      в) 1264;                      г) ін. відпов.

**№6.**  $a_1 = 25, S_{25} = 3350$ . Знайти  $d$ .

а) 15;                      б) 10;                      в)  $9\frac{1}{12}$ ;                      г) ін. відпов.

**№7.** Знайти суму всіх натуральних чисел від 12 до 84 включно

**№8.** В арифметичній прогресії  $(Y_n)$ :

$$Y_6 + Y_3 - Y_2 = 33,$$

$$Y_5 - Y_1 = 28.$$

Знайти  $S_{10}$

**№9.** Сума трьох чисел, що становлять арифметичну прогресію, дорівнює 12, а сума квадратів цих же чисел дорівнює 66. Знайти ці числа

## Додаток № 1

Алгебра

9 клас.

### *Самостійна робота № 1. Арифметична прогресія.*

#### *Варіант № 3.*

**№1.** Чи є арифметичною прогресією послідовність  $(a_n)$ , задана формулою  $a_n = n^2 - 5$ , якщо є то знайти  $a_1$  і  $d$ .

а) не є арифметична прогресія;                      б) є арифметична прогресія:  $a_1 = -4$ ,  $d = 3$ ;

в) є арифметична прогресія:  $a_1 = -5$ ,  $d = 1$ .

**№2.** Знайти 23-й член арифметичної прогресії  $-8; -6,5; -5 \dots$

а) 311              б) 25              в) 26,5              г) ін. відпов.

**№3.** Знайти  $d$ , якщо  $a_1 = 10$ ;  $a_5 = 22$ .

а) 3              б) -3              в) 2,4              г) ін. відпов.

**№4.** Знайти  $a_1$  і  $d$ , якщо  $a_5 = 27$ ;  $a_{27} = 60$

а)  $a_1 = 21$ ;     $d = 1,5$                       б)  $a_1 = 66$ ,     $d = -1,5$

в)  $a_1 = 25 \frac{3}{7}$ ;     $d = \frac{11}{7}$                       г) ін. відпов.

**№5.** Знайти  $S_{15}$ , якщо  $d = 7$ ,  $a_{15} = 76$ .

а) 735              б) 305              в) 405              г) ін. відпов.

**№6.** Скільки додатних членів містить арифметична прогресія:  $4,6; 4,2; 3,8 \dots$

а) 16;              б) 12;              в) 13;              г) ін. відпов.

**№7.** Знайти суму всіх натуральних чисел, які кратні 6 і не більші 288.

**№8.** Знайти  $x$  з рівняння:  $1 + 5 + 9 + \dots + x = 435$ .

**№9.** Знайти різницю арифметичної прогресії  $(a_n)$  і її перший член, якщо  $a_8 = 16$ ;  $S_{10} = 60$ .

## Додаток № 1

Алгебра

9 клас.

### *Самостійна робота № 1. Арифметична прогресія.*

#### *Варіант № 4.*

**№1.** Знайти  $a_{26}$  якщо  $a_1 = 18$  і  $d = -0,6$

- а) -3                      б) 33                      в) 3                      г) ін. відпов.

**№2.** Знайти 23-й член арифметичної прогресії 11; 7; 3; ...

- а) 77                      б) -77                      в) 99                      г) ін. відпов.

**№3.** Знайти  $d$  якщо  $a_1 = 28$ ,  $a_{15} = -21$ .

- а) 3,5                      б) -3,5                      в)  $\frac{1}{2}$                       г) ін. відпов.

**№4.** Знайти  $a_1$  і  $d$ , якщо  $a_{16} = 7$ ;  $a_{26} = 55$

- а)  $a_1 = -100$ ;  $d = 6,2$                       б)  $a_1 = -79$ ;  $d = -4,8$   
в)  $a_1 = -65$ ,  $d = 4,8$                       г) інша відповідь

**№5.** Знайти  $S_{20}$ , якщо  $d = 7$ ,  $a_{20} = 123$ .

- а) 1120                      б) 1130                      в) 720                      г) інша відповідь

**№6.** Між числами 2,5 і 4 вставте чотири таких числа, щоб вони разом з даними числами утворили арифметичну прогресію.

- а) 2,8; 3,1; 3,4; 3,7;                      б) 2,6; 2,7; 2,8; 2,9;  
в) 2,7; 2,9; 3,1; 3,3;                      г) ін. відпов.

**№7.** Знайти  $u$  з рівняння:  $1 + 6 + 11 + \dots + u = 342$ .

**№8** Знайти суму усіх натуральних чисел, які кратні 7 і не більші 287.

**№9.** Чому дорівнює сума всіх додатних членів арифметичної прогресії: 5,2; 4,9; 4,6;  
...



## Додаток № 3

Алгебра

9 клас

### Підсумкова залікова робота за темою: *Послідовності і прогресії.* Варіант № 1

**№ 1** Тіло за одну секунду руху пройшло 7 м, а за кожну наступну секунду на 3 м більше, ніж за попередню. Яку відстань тіло пройшло за восьму секунду ?

- а) 25 м;                      б) 31 м;                      в) 28 м;                      г) ін. відпов.

**№2** Між числами 9 і 243 впишіть два числа так, щоб вони разом з даними числами утворили геометричну прогресію.

- а) 18 і 54                      б) 27 і 81                      в) 36 і 144                      г) ін. відпов.

**№3.** В арифметичній прогресії ( $X_n$ ):  $x_4+x_2-x_3=4$ ,                       $x_5+x_3=20$ . Знайти суму дев'яти перших членів.

- а) 169                      б)144                      в) 225                      г) ін. відпов.

**№4.** Знайти суму нескінченної спадної геометричної прогресії, в якій четвертий член дорівнює  $\frac{8}{27}$ , а знаменник  $\frac{1}{3}$ .

- а) 3                      б)  $\frac{16}{3}$                       в) 12                      г)ін. відпов.

**№5.** Знайти суму  $2 + 4 + 6 + \dots + 2n$ , доданками якої є всі парні натуральні числа від 2 до  $2n$ .

- а)  $n^2 + n$ ;                      б)  $2n(1+n)$ ;                      в) ін. відпов.

**№6** Послідовність задана формулою  $b_n = 3n + 2$ . Знайти  $b_{20} + b_{30}$ .

- А) 152;                      б) 154;                      в) 150;                      г) ін. відпов.

**№7.** Сума трьох чисел, що становлять арифметичну прогресію дорівнює 30. Якщо від першого числа відняти 5, від другого 4, а третє число залишити без змін, то отримані числа становитимуть геометричну прогресію. Знайти ці числа.

**№ 8.** Розв'язати рівняння:

$$1 + 2x + 4x^2 + \dots + (2x)^n + \dots = 3,4 - 1,2x \text{ якщо відомо, що } |x| < 0,5$$

## Додаток № 3

Алгебра

9 клас

### Підсумкова залікова робота за темою: *Послідовності і прогресії.* Варіант № 2

**№ 1** Поїзд, відійшовши від станції, рівномірно збільшував швидкість на 50 м за хвилину. Якою стала швидкість поїзда в кінці 20-ї хвилини.

- а) 950 м/хв.;                      б) 60 км/год;                      в) 57 км/год                      г) ін. відпов.

**№2** Знайти суму нескінченної спадної геометричної прогресії, в якій четвертий член дорівнює  $\frac{27}{8}$ , а знаменник  $\frac{1}{2}$ .

- а) 36                      б) 54                      в) 81                      г) ін. відпов.

**№3.** Знайти перший і п'ятий члени арифметичної прогресії, якщо її різниця дорівнює 7, а сума шести її перших членів дорівнює 159.

- а) 9 і 37                      б) 9 і 36                      в) 6 і 21                      г) ін. відпов.

**№4** Знайти кількість членів скінченної геометричної прогресії, в якій перший, другий і останній члени відповідно дорівнюють 3, 12 і 3072.

- а) 4;                      б) 5;                      в) 6;                      г) ін. відпов.

**№5** Послідовність  $(X_n)$  – геометрична прогресія. Спростити вираз  $\frac{x + x^2 + x^3 + \dots}{x + x^3 + x^5 + \dots}$ , якщо  $0 < x < 1$ .

- а)  $1+x$ ;                      б)  $1-x$ ;                      в)  $x^2$ ;                      г) ін. відпов.

**№6** Знайти суму всіх двоцифрових натуральних чисел.

- а) 44145;                      б) 4905;                      в) 9701;                      г) ін. відпов.

**№7.** Три числа, сума яких дорівнює 21, становлять арифметичну прогресію. Якщо до них відповідно додати 2, 3 і 9, то утворені числа становитимуть геометричну прогресію. Знайти ці числа.

**№8** Третій член геометричної прогресії становить 12,5% від шостого члена цієї прогресії, а сума третього та п'ятого членів прогресії дорівнює 80. Знайти суму перших шести членів прогресії.

## Додаток № 3

Алгебра

9 клас

### Підсумкова залікова робота за темою: *Послідовності і прогресії.* *Варіант № 3*

**№ 1 .** Терміновий вклад, внесений в банк, щороку збільшується на 3%. Чому дорівнює вклад через три роки, якщо спочатку він становив 800 грн. ?

- а) 849 грн.;                      б) 874 грн. ;                      в) 875 грн. ;                      г) ін. відпов.

**№ 2** Знайти перший і шостий члени арифметичної прогресії, якщо її різниця дорівнює 9, а сума восьми її перших членів дорівнює 180.

- а) 9 і 37                      б) -9 і 36                      в) 8 і 29                      г) ін. відпов

**№3** Між числами 160 і 5 впишіть чотири числа так, щоб вони разом з даними числами утворили геометричну прогресію.

- а) -80, -40, -20, -10                      б) 80, 40, 20,10                      в) -80, 40, -20,10                      г) ін. відпов

**№4** Знайти суму  $1 + 3 + 5 + \dots + (2n - 1)$ , доданками якої є всі непарні натуральні числа від 1 до  $2n - 1$ .

- а)  $n^2 + n$ ;                      б)  $n^2$ ;                      в)  $n^2 + 1$ ;                      г) ін. відпов.

**№ 5** Послідовність  $(b_n)$  задана формулою  $b_n = 3n + 2$ . Знайти  $b_{10} - b_6$ .

- а) 52;                      б) 10;                      в) 12;                      г) ін. відпов.

**№ 6** Знайти перший від'ємний член арифметичної прогресії: 16,4; 15,6; 14,8; ...

- а) -0,4;                      б) -0,2;                      в) -0,1;                      г) ін. відпов.

**№7.** Сума трьох чисел, що становлять геометричну прогресію дорівнює 65. Якщо від найменшого числа відняти 1, а від найбільшого 19, то отримані числа становитимуть арифметичну прогресію, Знайти ці числа.

**№8.** Дано квадрат, діагональ якого дорівнює 5 см. Сторона цього квадрата є діагоналлю другого квадрата, сторона другого квадрата є діагоналлю нового квадрата і т.д. до нескінченності. Визначити суму площ усіх цих квадратів.

## Додаток № 3

Алгебра

9 клас

### Підсумкова залікова робота за темою: *Послідовності і прогресії.* *Варіант № 4*

**№1** Знайти суму послідовності  $2 + 6 + 10 + 14 + \dots + 198$ .

а) 10000;      б) 5000;      в) 4900;      г) ін. відпов.

**№2** Перший член геометричної прогресії ( $Y_n$ ) дорівнює 3, а п'ятий 48. Скільки перших членів треба взяти, щоб їх сума дорівнювала 381.

а) 5      б) 7      в) 8      г) ін. відпов.

**№3** Знайти суму всіх натуральних чисел від 12 до 84 включно.

а) 3504      б) 6175      в) 3304      г) ін. відпов.

**№4** Послідовність ( $b_n$ ) – нескінченна геометрична прогресія, в якій  $q = \frac{2}{3}$ . Знайти

$b_1$ , якщо  $S = 4,5$ .

а) 13,5;      б) 1,5;      в) 2,5;      г) ін. відпов.

**№5** Знайти перший додатний член арифметичної прогресії: -15,9; -15,3; -14,7; ...

а) -0,3;      б) 0,2;      в) 0,3;      г) ін. відпов.

**№6** У коло, радіус якого дорівнює 5 см, вписано правильний трикутник; у цей трикутник вписано коло, а в це коло вписано правильний трикутник і т.д. Знайти суму довжин усіх кіл.

а)  $15\pi$  см;      б)  $20\pi$  см;      в)  $25\pi$  см;      г) ін. відпов.

**№7** Сума трьох чисел, що утворюють геометричну прогресію, дорівнює 26. Якщо до них відповідно додати 1, 6 і 3, то нові числа становитимуть арифметичну прогресію. Знайти ці числа.

**№8.** Третій член арифметичної прогресії становить 50% від шостого члена цієї прогресії, а їх добуток дорівнює 288. Знайти другий член цієї прогресії.

## Додаток № 2

Алгебра

9 клас

### Самостійна робота № 2.

### Геометрична прогресія

### Варіант № 1.

№ 1 Нехай  $(b_n)$  дана геометрична прогресія. Знайти  $b_{12}$ , якщо  $b_1 = 1, b_2 = 6$

- а)  $(\frac{1}{6})^{11}$       б)  $6^{11}$       в)  $5^{11}$       г) ін. в

№2 Знайти перший член геометричної прогресії  $(b_n)$ , якщо  $b_6 = 3, q = 3$ .

- а) 81;      б)  $\frac{1}{81}$ ;      в)  $\frac{1}{243}$ ;      г) ін. відпов.

№3 Знайти  $S_{14}$  даної геометричної прогресії: 1, 2, 4, 8, ...;

- а) 16384      б) 8191      в) 16383      г) ін. в

№4 Геометрична прогресія  $(b_n)$  складається з чотирьох членів: 2;  $b_2$ ;  $b_3$ ;  $\frac{1}{4}$ . Знайти

$b_2$  і  $b_3$ .

- а) 4; 8      б) 1; 0,5      в) 0,5; 0,125      г) ін. відпов.

№5 Знайти четвертий член нескінченно спадної геометричної прогресії, сума якої дорівнює 81, а перший член 54.

- а) 3      б) -3      в) 2      г) ін. відпов.

№ 6 Знайти  $S_8$ , якщо  $b_n = 384, q = 2$

- а) 765      б) -765      в) 728      г) ін. в

№7 Перший член геометричної прогресії дорівнює 2, а третій 18. Скільки перших членів треба взяти, щоб їх сума дорівнювала 242.

№8 Четвертий член геометричної прогресії становить 25% від шостого члена цієї прогресії, а сума другого та п'ятого членів прогресії дорівнює 216. Знайти суму перших чотирьох членів прогресії.

№9. Сума перших трьох членів геометричної прогресії дорівнює 21, а сума їх квадратів дорівнює 189. Знайти ці числа.



## Додаток № 2

Алгебра

9 клас

### **Самостійна робота № 2.**

### **Геометрична прогресія**

### **Варіант № 3.**

**№1** Нехай  $(b_n)$  дана геометрична прогресія. Знайти  $b_{12}$ , якщо  $b_1 = 2$ ,  $b_2 = 4$ .

- а) 4096                      б) 2048                      в)  $2^{12}$                       г) ін. в

**№2** Знайти  $S_6$  даної геометричної прогресії: 1024, 512, 256, ...;

- а) -2016                      б) 2016                      в) 2018                      г) ін. в

**№3** Знайти  $b_1$  і  $q$  якщо  $b_4 = 54$ ,  $b_7 = 1458$

- а) 3 і 2                      б) 2 і 3                      в) 2 і -3                      г) ін. в

**№4** Сума нескінченної спадної геометричної прогресії дорівнює 24, а сума першого та другого її членів 18. Знайти знаменник прогресії.

- а)  $\frac{1}{3}$  або  $-\frac{1}{3}$                       б)  $\frac{2}{3}$  або  $-\frac{2}{3}$                       в)  $\frac{1}{2}$  або  $-\frac{1}{2}$                       г) ін. в

**№5.** При якому значенні  $x$  числа  $x - 7$ ;  $x + 5$  і  $3x + 1$  є послідовними членами геометричної прогресії.

- а) -16,1;                      б) 16,1;                      в) -1 і 16;                      г) ін. відпов.

**№6** Знайти  $b_1$  і  $b_5$ , якщо  $q = 3$ ,  $S_6 = 1820$

- а) 5 і 405                      б) 3 і 96                      в) 4 і 302                      г) ін. в

**№7** Знайти геометричну прогресію, утворену із шести членів, якщо сума перших трьох її членів дорівнює 26, а сума трьох останніх 702.

**№8** Знайти чотири числа, які утворюють геометричну прогресію, в якій третій член більший від першого на 9, а другий більший від четвертого на 18.

**№9.** Знайти знаменник  $q$  і кількість членів прогресії, якщо  $b_1 = 3$ ,  $b_n = 384$ ,  $S_n = 765$ .

## Додаток № 2

Алгебра

9 клас

**Самостійна робота № 2.**

**Геометрична прогресія**

**Варіант № 4.**

**№1.** Нехай  $(b_n)$  дана геометрична прогресія. Знайти  $b_7$ , якщо  $b_1 = 10$ ,  $b_2 = 5$

- а) 640                      б)  $\frac{5}{32}$                       в)  $\frac{5}{64}$                       г) ін. в

**№2** Знайти  $S_7$  даної геометричної прогресії:                      1024, -512, 256, ...;

- а) 672                      б) 688                      в) -686                      г) ін. в

**№ 3** Знайти  $b_1$  і  $q$ , якщо  $b_6 = 96$ ,  $b_9 = 768$

- а) 3 і 2                      б) 2 і 3                      в) -3 і 2                      г) ін. в

**№4** Сума нескінченної спадної геометричної прогресії дорівнює 27, а сума першого та другого її членів 24. Знайти перший член прогресії.

- а) 16 або 32                      б) 18 або 36                      в) 4 або 8                      г) ін. в

**№5** Дано геометричну прогресію: 8;  $b_2$ ;  $b_3$ ; 27. Знайти  $b_2$  і  $b_3$ .

- А) 12 і 18                      б) 10 і 18;                      в) 12 і 16;                      г) ін. відпов.

**№ 6** Знайти  $b_1$  і  $b_6$ , якщо  $q = 2$ ,  $S_8 = 765$

- а) 5 і 405                      б) 2 і 72                      в) 3 і 96                      г) ін. в

**№7** Знайти геометричну прогресію, утворену із шести членів, якщо сума перших трьох її членів дорівнює 168, а сума трьох останніх 21.

**№8.** При якому значенні  $x$  числа  $2x - 3$ ;  $x - 4$  і  $x + 2$  будуть послідовними членами геометричної прогресії ?. Знайти ці числа.

**№ 9.** Знайти знаменник нескінченно спадної геометричної прогресії, якщо сума її перших 6-ти членів становить  $\frac{7}{8}$  суми всіх її членів.



## *Bidnovidi*

<b>С. р. № 1</b>	<b>I в.</b>	<b>II в.</b>	<b>III в.</b>	<b>IV в.</b>
<b>1</b>	в	б	а	в
<b>2</b>	в	г	б	б
<b>3</b>	б	в	а	б
<b>4</b>	а	б	а	в
<b>5</b>	б	а	в	б
<b>6</b>	б	в	б	а
<b>7</b>	6175	3504	57	56
<b>8</b>	144	225	7056	6027
<b>9</b>	2;5;8 або 8;5;2	1;4;7 або 7;4;1	-12;4	47,7

<b>С. р. № 2</b>	<b>I в.</b>	<b>II в.</b>	<b>III в.</b>	<b>IV в.</b>
<b>1</b>	б	в	а	б
<b>2</b>	б	в	б	б
<b>3</b>	в	а	б	а
<b>4</b>	б	в	в	б
<b>5</b>	в	в	в	а
<b>6</b>	а	а	а	в
<b>7</b>	5	6;18;54	2;6;18;54; 162;486	96; 48; 24; 12; 6; 3
<b>8</b>	180	2; 6; 18	3;-6;12;-24	-11,2
<b>9</b>	3;6;12 або 12;6;3	3;3/7;3/50	q = 2; n = 8	

<b>К. р.</b>	<b>I в.</b>	<b>II в.</b>	<b>III в.</b>	<b>IV в.</b>
<b>1</b>	в	б	б	б
<b>2</b>	б	б	б	б
<b>3</b>	б	а	б	а
<b>4</b>	в	в	б	б
<b>5</b>	а	а	в	в
<b>6</b>	б	б	а	б
<b>7</b>	8;10;12 або 17;10;3	18;7;-4 або 3;7;11	5;15;45 або 45;15;5	2;16;18 або 18;16;2
<b>8</b>	1/3	252	25	8; -8