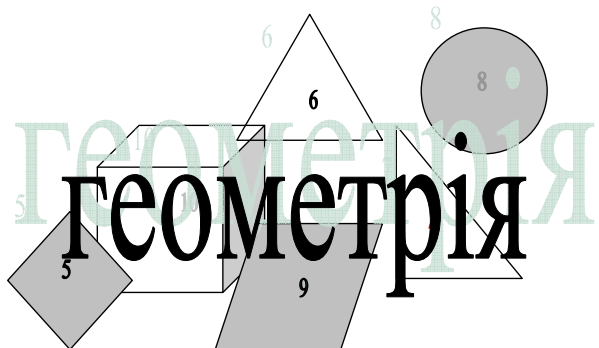


Котляр Ганна Василівна

*Збірник  
самостійних і контрольних робіт  
для 8 класу  
з поглибленим вивченням математики*



Фастівський ліцей – інтернат

*ЗАТВЕРДЖЕНО:* методичним об'єднанням вчителів математики Фастівського ліцею-інтернату протокол № 3 від 16.02.2010 року.

Посібник є дидактичним матеріалом з геометрії для 8 класу з поглибленим вивченням математики. Він містить: 8 самостійних робіт по 6 варіантів і 7 контрольних робіт по 4 варіанти

## Передмова.

Даний посібник містить 7 самостійних робіт і 7 контрольних робіт з геометрії для класів з поглибленим вивченням математики. Кожна самостійна робота розрахована на повний урок і складається з 6 варіантів. В кожному варіанті по 4 задачі. Перші три задачі оцінюються по 4 бали. Четверта задача є підвищеної складності і вимагає від учня творчого підходу. Вона розрахована на математично-обдарованого учня і є своєрідною підготовкою до олімпіади. Тому 4\* оцінюється окремою оцінкою.

Кожна контрольна робота містить 4 варіанти, оцінювати її потрібно так, як і самостійну роботу.

Посібник може бути використаний учителями шкіл, ліцеїв та гімназій протягом навчального року для узагальнення і систематизації геометричного матеріалу, організації самостійної роботи, проведення підсумкових контрольних робіт.

Посібник можуть використовувати і учні, які люблять математику.

Слід зауважити, що порядок розміщення самостійних і контрольних робіт у посібнику відповідає діючій програмі з математики для 8-9 класів з поглибленим вивченням математики і навчального посібника для шкіл з поглибленим вивченням математики авторів М.І. Бурда і Л.М. Савченко.

### ***Примірне тематичне планування з геометрії у 8 класі (105 год).***

№ уроку	Теми, самостійні, контрольні роботи	Години	Примітки
<b><i>Розділ 1. Чотирикутники (30 год).</i></b>			
1-2	Многокутники.	2	
3-6	Паралелограм. Самостійна робота № 1.	4	
7-12	Прямокутник. Ромб. Квадрат. Самостійна робота № 2	6	
13	Контрольна робота № 1.	1	
14-15	Терема Фалеса.	2	
16-17	Середня лінія трикутника.	2	
18-21	Трапеція. Самостійна робота № 3.	4	
22	Побудова паралелограмів і трапецій.	1	
23-24	Центральні і вписані кути.	2	
25	Вписані і описані трикутники.	2	
26-27	Вписані й описані чотирикутники.	1	
28	Коло, як засіб розв'язування задач.	1	
29	Визначні точки і лінії трикутників.	1	
30	Контрольна робота № 2.	1	
<b><i>Розділ 2. Теорема Піфагора (22 год).</i></b>			
31	Косинус кута.	1	
32-33	Теорема Піфагора.	2	
34-35	Наслідки з теореми Піфагора.	2	
36-37	Нерівність трикутників. Самостійна робота № 4.	2	
38	Синус, тангенс і котангенс кута.	1	
39	Основні тригонометричні тотожності.	2	
40-41	Зміна косинуса, синуса, тангенса і котангенса при зростанні кута.	1	
42	Контрольна робота № 3.	1	
43	Значення косинуса, синуса, тангенса і котангенса деяких кутів.	1	
44-45	Обчислення косинуса, синуса, тангенса і котангенса за допомогою мікрокалькулятора і таблиць.	2	
46-47	Співвідношення між сторонами і кутами прямокутного трикутника.	2	
48-49	Розв'язування прямокутних трикутників. Самостійна робота № 5.	2	
51	Означення косинуса, синуса, тангенса і котангенса кута $\alpha$ для $0^\circ < \alpha < 180^\circ$ .	2	
52	Контрольна робота № 4.	1	

№ уроку	Теми, самостійні, контрольні роботи	Години	Примітки
<b>Розділ 3. Вектори (22 год).</b>			
53	Співнапрямленість променів. Скалярні і векторні величини.	1	
54-55	Рівність векторів. Координати вектора. Модуль вектора.	2	
56-57	Додавання і віднімання векторів. Закони додавання векторів.	2	
58-59	Додавання і віднімання векторів і векторній формі.	2	
60	Множення вектора на число.	1	
61	Поділ відрізка в даному відношенні.	1	
62	Розкладання вектора за двома не колінеарними векторами.	1	
63	Проекція вектора на вісь.	1	
64-67	Скалярний добуток векторів. Самостійна робота № 5	4	
68-72	Застосування векторів до розв'язування задач.	5	
73	Контрольна робота № 5	1	
74	Підсумковий урок	1	
<b>Розділ 4. Метод координат (18 год).</b>			
75-77	Прямокутна система координат на площині. Найпростіші задачі в координатах.	3	
78	Поняття про рівняння фігур.	1	
79	Рівняння кола.	1	
80-82	Загальне рівняння прямої.	3	
83-85	Інші рівняння прямої.	3	
86	Самостійна робота № 6	1	
87-91	Розв'язування задач методом координат.	5	
92	Контрольна робота № 6	1	
<b>Повторення (13 год.)</b>			
93-100	Повторення, систематизація знань.	8	
101	Підсумкова контрольна робота № 7	1	
102-105	Узагальнення і систематизація знань	4	

## Тема 1 „Чотирикутники”.

### Самостійна робота № 1.1

#### В - 1

1. Знайти кути паралелограма, якщо одна з його діагоналей дорівнює стороні паралелограма і перпендикулярна до неї.
2. Діагоналі паралелограма дорівнюють 7см. і 11 см., а сторони відносяться, як 6:7. обчислити периметр паралелограма.
3. Під яким кутом перетинаються бісектриси двох кутів паралелограма, що прилягають до однієї сторони.
- 4.\*Побудувати паралелограм за стороною і двома діагоналями.

#### В – 2

1. Бісектриса кута паралелограма перетинає його сторону під кутом 38°. Знайти кути паралелограма.
2. Сторони паралелограма дорівнюють 7 см і 9 см, а діагоналі відносяться, як 4 : 7. Обчислити діагоналі паралелограма.
3. Два кути паралелограма відносяться як 1 : 3 . Знайти кут між висотами паралелограма проведеними з вершини тупого кута.
- 4.\*Довести, що бісектриси сусідніх кутів паралелограма взаємно перпендикулярні.

### В – 3

1. Периметр паралелограма ABCD дорівнює 60 дм , а периметр трикутника ABC дорівнює 47 дм. Знайти довжину діагоналі AC.
2. Бісектриса тупого кута паралелограма ділить його сторону у відношенні 2 : 1 починаючи від вершини тупого кута. Знайти сторону паралелограма, якщо його периметр дорівнює 64 см.
3. Два кути паралелограма відносяться як 1 : 3 . Знати кут між висотами паралелограма проведеними з вершини **гострого** кута.
4. \*Довести, що бісектриси двох протилежних кутів паралелограма паралельні.

### В – 4

1. Знайти кути паралелограма, якщо один з них у **чотири** рази більший від суми двох інших кутів.
2. Бісектриса тупого кута паралелограма ділить протилежну сторону у відношенні 2 : 1 починаючи від вершини гострого кута. Знайти сторону паралелограма, якщо його периметр дорівнює 60 см.
3. На стороні АВ рівностороннього трикутника ABC вибрали точку М . Через точку М проведено відрізки МК і MN, паралельні сторонам ВС і АС відповідно. Знайти сторони трикутника ABC, якщо периметр паралелограма MKCN дорівнює 60 см.
4. \*Побудувати паралелограм за діагоналями і кутом між ними.

### В – 5

1. Знайти кути паралелограма, якщо один з них у **вісім** разів менший за суму всіх інших.
2. Периметр паралелограма 42 см.. Бісектриси кутів при одній стороні перетинаються на іншій стороні. Знайти довжини сторін паралелограма.
3. На сторонах АВ і CD паралелограма ABCD вибрано точки М і N так, що  $\angle BMC = \angle AND$ . Довести, що чотирикутник AMCN – паралелограм.
4. \*Периметр паралелограма дорівнює 90 см і гострий кут -  $60^\circ$ . Діагональ паралелограма ділить його тупий кут на частини у відношенні 1:3. Знайти сторони паралелограма.

### В – 6

1. Знайти кути паралелограма, якщо половина одного кута дорівнює третині другого.
2. Периметр паралелограма ABCD дорівнює 48 см. Бісектриси кутів А і D ділять сторону BC на три рівні частини. Знайти довжини сторін паралелограма.
3. На стороні ВС паралелограма ABCD позначене точку Е так, що АВ = BE. Довести, що АЕ – бісектриса кута А.
4. \*Побудувати паралелограм за стороною, діагоналлю і кутом, який лежить проти діагоналі.

## Самостійна робота № 1.2 .

### В - 1

1. У прямокутнику діагоналі утворюють кут, який дорівнює  $70^\circ$ . Знайти кут між бісектрисою і діагоналлю проведених з однієї вершини кута.
2. З вершини тупого кута ромба, який дорівнює  $120^\circ$  проведено висоту, яка розбиває сторони на два відрізки, один з яких дорівнює 2 см. Знайти :
  - а. периметр ромба і більшу діагональ ;
  - б. довести, що висота є бісектрисою кута, утвореного діагоналлю і стороною ромба ;
3. \*Побудувати ромб за радіусом вписаного в нього кола і стороною.

### В - 2

1. Діагональ і бісектриса, проведені з однієї вершини кута прямокутника, утворюють між собою кут  $20^\circ$ . Знайти кут між діагоналями прямокутника.
2. Периметр ромба дорівнює 24 см , а один з його кутів –  $30^\circ$ . Знайти відстань між паралельними прямими на яких лежать сторони ромба.
3. Довести, що коли діагоналі прямокутника перпендикулярні, то він є квадратом.
4. \*Сторона ромба утворює з продовженням діагоналей кути, що відносяться, як 9:6. Знайти кути ромба.

### В - 3

1. У прямокутнику бісектриса кута ділить протилежну сторону на відрізки 15 см і 5 см . Знайти периметр і площу прямокутника.
2. Висота ромба, проведена з вершини тупого кута, ділить сторону ромба пополам. Знайти кути ромба.
3. Довести, що коли діагоналі ромба рівні, то він є квадратом.
4. \*Побудувати прямокутник за стороною і сумою двох сусідніх сторін.

### В - 4

1. У прямокутнику діагоналі перетинаються під кутом  $120^\circ$ . Знайти меншу сторону прямокутника, якщо сума довжин діагоналей дорівнює 24 см.
2. У ромбі ABCD бісектриса кута ABD проходить через середину сторони AD. Знайти кути ромба.
3. Довести, що середини сторін квадрата являються вершинами іншого квадрата.
4. \*Побудувати прямокутник за стороною і різницею діагоналі і другої сторони.

## В - 5

1. Точка М ділить сторону AD прямокутника ABCD у відношенні 1 : 2, причому  $MB = MD$ . Знайти кут між діагоналями.
2. З вершини тупого кута В ромба ABCD проведено висоту BK до сторони AD. Кут KBD дорівнює  $15^\circ$ . Знайти висоту BK, якщо периметр ромба дорівнює 32 см.
3. На діагоналі AC квадрата ABCD відкладено рівні відрізки AM і CN. Довести, що BNDM – ромб.
4. \*Побудувати квадрат за діагоналлю.

## В – 6

1. Перпендикуляр опущений з вершини кута А прямокутника ABCD на діагональ, яка не проходить через цю вершину, ділить її у відношенні 1 : 3, рахуючи від вершини В. Діагональ дорівнює 12 см. Знайти відстань від точки перетину діагоналей до найбільшої сторони прямокутника.
2. У ромбі ABCD з вершини тупого кута В проведено висоти BE і BF до сторін AD і DC відповідно. Кут EBF дорівнює  $30^\circ$ . Знайти периметр ромба, якщо  $BE = 6$  см.
3. Довести, що коли діагоналі чотирикутника рівні, поділять його кути пополам і є взаємно перпендикулярні то такий чотирикутник є квадрат.
4. \*У рівнобедрений прямокутний трикутник вписано квадрат так, що дві його вершини лежать на гіпотенузі, а дві інші – на катетах. Знайти периметр квадрата, якщо гіпотенуза трикутника дорівнює  $a$ .

## Контрольна робота № 1.1

### В – 1

1. Один з кутів паралелограма дорівнює сумі двох інших кутів. Знайти величини кутів паралелограма.
2. Периметр ромба дорівнює 32 см. Висота проведена з вершини тупого кута ділить протилежну сторону ромба пополам. Знайти діагональ про ведену з цієї ж вершини і кути ромба.
3. У рівнобедрений прямокутний трикутник вписано квадрат, який має з ним спільний кут. Знайти периметр квадрата, якщо катет прямокутного трикутника дорівнює  $a$ .
4. \*Довести, що бісектриси кутів паралелограма, перетинаючись, утворюють прямокутник діагоналі якого, дорівнюють різниці сусідніх сторін паралелограма.

### В – 2

1. З однієї вершини паралелограма проведено висоту і бісектрису. Між ними утворився кут  $28^\circ$ . Знайти кути паралелограма?
2. У прямокутнику ABCD бісектриса кута А перетинає сторону BC в точці E. Відрізок BE більший за відрізок EC у 3 рази. Знайти сторону прямокутника, якщо його периметр дорівнює 42 см.
3. Довести, що всякий паралелограм, в якому одна з діагоналей ділить його кут пополам, є ромб.
4. \*У квадраті сторона якого  $a$ , середини двох суміжних сторін сполучені між собою відрізком і сполучені відрізками з протилежною вершиною квадрата. Знайти площу утвореного трикутника.

### В – 3

1. Діагональ паралелограма ділить його кут на частини  $30^\circ$  і  $90^\circ$ . Знайти сторони паралелограма, знаючи, що його периметр дорівнює 48 см.
2. З вершини В тупого кута ромба ABCD проведено висоти BK і BM. Відомо, що  $KM = BK$ . Знайти кути ромба.
3. Бісектриси внутрішніх кутів паралелограма перетинаються утворюють прямокутник. Довести.
4. \*Від паралелограма залишилось три точки: вершина і середини двох протилежних сторін. Відновити паралелограм.

### В – 4

1. Кути паралелограма відносяться, як 1:2. Висота проведена з вершини тупого кута, ділить протилежну сторону на відрізки 4см і 7 см, рахуючи від вершини тупого кута. Знайти периметр паралелограма.
2. Бісектриси двох кутів прямокутника ділять його сторони на 3 частини, кожна з яких дорівнює 3 см. Знайти периметр прямокутника. Скільки розв'язків має задача?
3. З вершини В ромба ABCD проведено висоти BK і BM. Довести, що KM перпендикулярно до ВД.
4. \*Побудувати ромб за діагоналлю і висотою.

## Самостійна робота № 1.3

### В – 1

1. Сторони паралелограма дорівнюють 6 м і 8 м. Кожну діагональ паралелограма поділено на чотири рівні частини і точки, які ділять діагоналі у відношенні  $1 : 3$  і  $3 : 1$  послідовно сполучені. Знайти вид утвореного чотирикутника і обчислити його периметр.
2. Бічні сторони прямокутної трапеції відносяться, як  $1 : 2$ . Визначити найбільший кут трапеції.
3. Довести, що коли три сторони трапеції рівні між собою, то діагональ цієї трапеції лежить на бісектрисі одного з її кутів.
4. \*Один з кутів трапеції дорівнює  $30^\circ$ , а бічні сторони продовжено і вони перетинаються під прямим кутом. Знайти довжину меншої бічної сторони, якщо середня лінія трапеції дорівнює 10 см, а одна з основ - 8 см.

### В – 2

1. Периметр паралелограма дорівнює 36 см. Кожну діагональ паралелограма поділено на чотири рівні частини і точки, які ділять діагоналі у відношенні  $1 : 3$  і  $3 : 1$  послідовно сполучені. Знайти вид утвореного чотирикутника і обчислити його периметр.
2. Прямокутна трапеції ділиться діагоналлю на два трикутники – рівносторонній з стороною 8 см і прямокутній. Знайти середню лінію трапеції.
3. Діагональ трапеції ділить її кут пополам. Довести, що бічна сторона цієї трапеції дорівнює одній з її основ.
4. \*Побудувати трапецію за основами і діагоналями.

### В – 3

1. У прямокутнику менша сторона дорівнює  $2a$  і утворює з діагоналлю кут, який дорівнює  $60^\circ$ . Середини сторін прямокутника послідовно сполучені. Визначати вид і периметр утвореного чотирикутника.
2. Три сторони трапеції рівні між собою, діагональ дорівнює одній із основ. Визначати кути трапеції.
3. Діагоналі рівнобічної трапеції взаємно перпендикулярні. Довести, що її висота дорівнює півсумі основ.
4. \* Висота, проведена з вершини тупого кута рівнобічної трапеції, ділить більшу основу на частини, що мають довжину  $a$  і  $b$  ( $a > b$ ). Знайти середню лінію трапеції.

### В – 4

1. Дві середні лінії трикутника рівні між собою і взаємно перпендикулярні. Визначити величини кутів даного трикутника.
2. Кут при основі рівнобічної трапеції дорівнює  $60^\circ$ , бічна сторона дорівнює  $11$  см і перпендикулярна до однієї з діагоналей. Знайти периметр трапеції.
3. Точки  $M$  і  $N$  – середини сторін  $BC$  і  $AD$  паралелограма  $ABCD$ . Довести, що прямі  $AM$  і  $CN$  ділять діагональ  $BD$  на три рівні частини.
4. \*Знайти периметр ромба, якщо одна з його діагоналей дорівнює стороні ромба, а менша діагональ ромба дорівнює  $m$ .

### В – 5

1. Сторони трикутника відносяться, як  $3 : 4 : 5$ , а периметр трикутника дорівнює  $48$  см. Одну із сторін трикутника поділено на чотири рівні частини і через них проведені прямі паралельні другій стороні. Знайти довжини паралельних відрізків, які лежать між сторонами трикутника. Скільки розв'язків має задача.
2. У рівнобедреній трапеції діагональ ділить гострий кут пополам. Периметр трапеції дорівнює  $132$  см, а основи відносяться, як  $2 : 5$ . Знайти середню лінію трапеції.
3. Довести, що середини сторін рівнобічної трапеції є вершинами ромба.
4. \*Побудувати трикутник за стороною і середньою лінією цього трикутника, проведеною до даної сторони.

### В – 6

1. У прямокутнику менша сторона дорівнює  $6$  дм і вона утворює кут  $60^\circ$  з діагоналлю. Цю сторону поділено на чотири рівні частини і через точки поділу проведено відрізки паралельні діагоналі. Знайти довжини цих відрізків.
2. Периметр трапеції дорівнює  $60$  см, кути при більшій основі – по  $60^\circ$ . Діагональ ділить середню лінію на частини, одна з яких на  $7$  см довша від другої. Знайти довжини основ трапеції.
3. Довести, що діагоналі рівнобічної трапеції рівні.
4. \*Побудувати трапецію за бічною стороною, середньою лінією і сумою основ.



## Контрольна робота № 1.2

### В – 1

1. У рівнобедреному трикутнику, периметр якого 70 см, різниця між бічною стороною і основою дорівнює 5 см. Бічну сторону поділено на 5 рівних частин. Через точки поділу проведено прямі, паралельні другій бічній стороні. Знайти відрізки ні які ці прямі ділять основу трикутника.
2. У трапеції висота, проведена з вершини одного з тупих кутів, ділить більшу основу на відрізки 4 см і 14 см. Знайти на які відрізки ділить цю основу висота проведена з вершини другого тупого кута, якщо середня лінія цієї трапеції дорівнює 13 см.
3. У квадрат вписано прямокутник так, що на кожній стороні квадрата знаходиться одна вершина прямокутника, а сторони прямокутника паралельні діагоналям квадрата. Знайти сторони прямокутника, якщо одна з них на 6 см більша за другу, а діагональ квадрата дорівнює 30 см.
4. \*Довести, що бісектриси кутів трапеції, перетинаючись, утворюють чотирикутник, навколо якого можна описати коло.

### В – 2

1. Периметр прямокутника дорівнює 80 см. Одну з його сторін поділено на 5 рівних частин, кожна з яких дорівнює 3 см. Через точки поділу проведено прямі паралельні діагоналі прямокутника. Знайти відрізки на які ділять ці прямі другу сторону прямокутника.
2. У рівнобічній трапеції кути при основі дорівнюють  $30^\circ$ . Висота трапеції – 4 см, а середня лінія – 12 см. Знайти периметр трапеції.
3. У квадраті ABCD на продовженні сторони BC вибрано точку K так, що  $\angle KAD = 2 \angle CAK$ . Знайти периметр квадрата, якщо  $AK = 8$  см.
4. \*Довести, що точки дотику вписаного кола є вершинами прямокутника.

### В – 3

1. У трикутнику ABC сторону AC поділено на три рівні відрізки і через точки поділу проведено прямі паралельні стороні AB трикутника. Менший з відрізків цих прямих, що містяться між сторонами трикутника, менший за сторону AB на 10 см. Знайти сторону AB.
2. Бічна сторона рівнобічної трапеції дорівнює 12 см, а діагональ перпендикулярна до бічної сторони і утворює з більшою основою кут  $30^\circ$ . Знайти периметр трапеції.
3. Знайти кут під яким перетинаються бісектриси кутів при основах трапеції, що прилягають до однієї бічної сторони.
4. \*Більша основа трапеції має довжину 24 см. Знайти довжину меншої основи трапеції, якщо відстань між серединами діагоналей трапеції дорівнює 4 см.

### В – 4

1. У трикутнику ABC, сторону AB поділено на три рівні частини і через точки поділу проведено прямі паралельні стороні AC. Знайти довжини відрізків цих прямих, які містяться між сторонами AB і BC, якщо  $AC = 9$  см.
2. У рівнобічній трапеції, висота проведена з вершини кута, що дорівнює  $120^\circ$ , ділить основу на відрізки 4 см і 16 см. Знайти периметр трапеції.
3. Довести, що відрізок який сполучає середини діагоналей трапеції, паралельний основам і дорівнює їх піврізниці.
4. \*Сторона ромба утворює з продовженням діагоналей кути, один з яких на  $20^\circ$  більший від другого. Знайти кути ромба.

## Тема 2 „Теорема Піфагора”

### Самостійна робота № 2.4

#### В – 1

1. Основи рівнобічної трапеції дорівнюють 14 см і 34 см. Обчислити площу цієї трапеції, якщо її бічна сторона дорівнює 26 см.
2. З точки до прямої проведено дві похилі, довжини яких дорівнюють 13 см і 15 см. Знайти відстань від точки до прямої, якщо різниця проєкцій похилих дорівнює 4 см.
3. Діагоналі ромба відносяться, як 3 : 4, а сторона дорівнює 50 см. Знайти діагоналі і висоту.
4. \*Основи рівнобічної трапеції  $a$  і  $b$ , бічна сторона її дорівнює  $c$ , а діагональ  $d$ . Довести, що  $d^2 = ab + c^2$ .

#### В – 2

1. Основи рівнобічної трапеції дорівнюють 38 см і 22 см. Обчислити площу цієї трапеції, якщо її діагональ дорівнює 50 см.
2. З точки до прямої проведено дві похилі, проєкції яких на пряму дорівнюють 9 см і 16 см. Знайти відстань від точки до прямої, якщо одна з похилих на 5 см більша за другу.
3. Більша діагональ ромба дорівнює 60 см, а менша діагональ відноситься до сторони, як 6 : 5. Знайти площу ромба.
4. \*В ромб, який ділиться своєю діагоналлю на два рівносторонні трикутники, вписано коло радіуса 2 см. Знайти сторону ромба.

#### В – 3

1. У рівнобічній трапеції основи дорівнюють 50 см і 14 см, а діагональ – 40 см. Обчислити площу цієї трапеції.
2. З точки до прямої проведено дві похилі довжини яких дорівнюють 15 см і 20 см, а довжини їх проєкцій відносяться, як 9 : 16. Знайти відстань від точки до прямої.
3. Бічна сторона рівнобедреного трикутника дорівнює 17 см, а висота, проведена до неї, дорівнює 18 см. Знайти основу трикутника.
4. \*Точка  $C$  лежить у середині кута, що дорівнює  $60^\circ$ . Її відстань від сторін кута дорівнює  $a$  і  $b$ . Знайти відстань від вершини кута до точки  $C$ .

#### В – 4

1. У рівнобічній трапеції основи дорівнюють 50 см і 30 см, а бічна сторона – 26 см. Обчислити площу цієї трапеції.
2. З точки до прямої проведено дві похилі, довжини проєкцій яких дорівнюють 5 см і 9 см. Знайти довжини похилих, якщо їх сума дорівнює 28 см.
3. Сторона ромба дорівнює 25 см, а висота, проведена з вершини тупого кута – 24 см. Знайти меншу діагональ ромба.
4. \*Бічні сторони рівнобічної трапеції продовжено до перетину і утворюють кут  $90^\circ$ . Знайти довжини сторін трапеції, якщо її площа дорівнює  $12 \text{ см}^2$ , а довжина висоти – 2 см.

### В – 5

1. У рівнобічній трапеції різниця основ дорівнює 20 см, а периметр – 65 см. Обчислити площу трапеції, якщо її бічна сторона і висота відносяться, як 5 : 3.
2. Проекції катетів на гіпотенузу прямокутного трикутника дорівнюють 9 см і 16 см. Знайти катети трикутника і його площу.
3. Діагоналі паралелограма дорівнюють 30 см і 26 см, а висота дорівнює 24 см. Знайти сторони паралелограма.
4. \*Знайти радіус кола, описаного навколо прямокутного трикутника, якщо радіус кола, вписаного в цей трикутник дорівнює 3 см, а катет дорівнює 10 см.

### В – 6

1. У рівнобічній трапеції основи і бічна сторона відносяться, як 14 : 8 : 5, а висота дорівнює 24 см. Обчислити площу трапеції.
2. Катети прямокутного трикутника дорівнюють 15 см і 20 см. Знайти проекції катетів на гіпотенузу.
3. Сторони паралелограма дорівнюють 15 см і 25 см, а висота, проведена до більшої сторони, дорівнює 12 см. Знайти діагоналі паралелограма.
4. \*Діагональ прямокутної трапеції дорівнює її бічній стороні. Знайти довжину середньої лінії, якщо висота трапеції дорівнює 2 см, а бічна сторона – 4 см.

## Контрольна робота № 2.3

### В – 1

1. Бічна сторона і основа рівнобічного трикутника відносяться, як 5 : 6, а периметр його 48 см. Обчислити відстань від точки перетину медіан до основи.
2. Основи прямокутної трапеції дорівнюють 25 см і 32 см, а більша діагональ є бісектрисою гострого кута. Знайти периметр трапеції.
3. Знайти висоту у рівносторонньому трикутнику із стороною а.
4. \*Периметр ромба дорівнює 2 м, довжини його діагоналей відносяться як 3:4. Знайти площу ромба.

### В – 2

1. Основи прямокутної трапеції дорівнюють 25 см і 37 см, а менша діагональ є бісектрисою тупого кута. Знайти периметр трапеції.
2. Основа і висота рівнобедреного трикутника, яка опущена на неї, відносяться, як 8 : 3. Периметр трикутника – 54 см. Обчислити відстань від точки перетину медіан до вершини трикутника, яка протилежна основі.
3. Знайти радіус  $r$  вписаного у рівносторонній трикутник кола, якщо сторона трикутника а.
4. \*В рівнобічну трапецію вписано коло радіуса  $R$ . Верхня основа трапеції у 2 рази менша від її висоти. Знайти площу трапеції.

### В – 3

1. Відрізок, що сполучає середини катетів прямокутного трикутника дорівнює 25 см, а різниця катетів – 10 см. Обчислити периметр і площу трикутника.
2. Бічна сторона трапеції дорівнює 10 см і утворює з більшою основою, довжина якої 22 см, кут  $60^\circ$ . Сума основ трапеції дорівнює 28 см. Знайти другу бічну сторону трапеції.
3. Знайти радіус  $R$  описаного навколо рівностороннього трикутника кола, якщо сторона трикутника  $a$ .
4. \*Знайти площу правильного трикутника, вписаного в квадрат зі стороною  $a$ , при умові, що одна з його вершин співпадає з вершиною квадрата.

### В – 4

1. Відрізок, проведений з вершини прямого кута до середини гіпотенузи прямокутного трикутника, дорівнює 15 см, а різниця катетів – 6 см. Знайти периметр і площу трикутника.
2. Менша основа і бічна сторона трапеції утворюють кут  $120^\circ$  і відповідно дорівнюють 15 см і 10 см. Сума основ трапеції 46 см. Знайти другу бічну сторону трапеції.
3. Тінь від стовпа, висота якого 9 м, становить 5 м. Виразити у градусах висоту Сонця над горизонтом.
4. \*Периметр прямокутного трикутника дорівнює 24 см, а площа його дорівнює  $24 \text{ см}^2$ . Знайти площу описаного навколо трикутника круга.

## Самостійна робота № 2.5

### В – 1

1. У трикутнику  $ABC$  висота  $AK$  ділить основу  $BC$  на відрізки  $BK = 2\sqrt{3} \text{ см}$  і  $KC = 8 \text{ см}$ ,  $\angle ABC = 60^\circ$ . Знайти сторони  $AB$  і  $AC$ .
2. Побудувати кут, якщо тангенс цього кута дорівнює  $\frac{3}{8}$ .
3. У прямокутній трапеції менше бічне ребро дорівнює 12 см. Більша діагональ є бісектрисою гострого кута, який дорівнює  $60^\circ$ . Обчислити площу цієї трапеції.
4. \*Площа прямокутного трикутника дорівнює  $2\sqrt{3} \text{ см}^2$ . Визначити висоту, проведену до гіпотенузи, якщо вона ділить прямиї кут у відношенні 1:2.

### В – 2

1. У трикутнику  $ABC$ ,  $\angle C = 30^\circ$ , а висота  $BM$  ділить сторону  $AC$  на відрізки  $AM = 12 \text{ см}$  і  $MC = 5\sqrt{3} \text{ см}$ . Знайти сторони  $AB$  і  $BC$ .
2. Побудувати кут, якщо синус цього кута  $\frac{3}{4}$ .
3. У прямокутній трапеції більше бічне ребро дорівнює 16 см. Менша діагональ є бісектрисою тупого кута, який дорівнює  $120^\circ$ . Обчислити площу трапеції.
4. \*Знайти площу круга, вписаного в прямокутний трикутник, якщо проєкції катетів на гіпотенузу дорівнюють 9 см і 16 см.

### В – 3

1. У рівнобічній трапеції основи дорівнюють  $3\sqrt{3}$  см і  $7\sqrt{3}$  см, а бічна сторона утворює з більшою основою кут  $30^\circ$ . Знайти висоту і бічну сторону трапеції.
2. Побудувати кут, якщо косинус цього кута дорівнює 0,8.
3. Перпендикуляр проведений з вершини прямого кута прямокутника до діагоналі ділить її на відрізки 18 см і 32 см. Знайти периметр і площу прямокутника.
4. \*Знайти радіус кола вписаного в рівнобічну трапецію, якщо її більша основа дорівнює  $a$ , а кут при меншій основі дорівнює  $120^\circ$ .

### В – 4

1. У прямокутній трапеції ABCD,  $BC = CD = 20$  см,  $\angle BCD = 120^\circ$ . Знайти сторони AB, AD і діагоналі трапеції.
2. Чи існує трикутник, одна сторона якого в 2 рази більша за другу і на 7 см більша за третю сторону, якщо периметр трикутника дорівнює 23 см.
3. Перпендикуляр проведений з вершини прямого кута прямокутника до діагоналі ділить її на відрізки 9 см і 16 см. Знайти периметр і площу прямокутника.
4. \*Катети прямокутного трикутника дорівнюють 6 см і 8 см. Знайти відстань від центра вписаного в трикутник кола до центра описаного навколо цього трикутника кола.

### В – 5

1. Перпендикуляр, проведений з вершини тупого кута ромба, ділить його сторони на відрізки 18 см і 7 см. Знайти діагоналі ромба.
2. Як зміниться синус, косинус і тангенс кута, якщо кут зменшиться від  $45^\circ$  до  $30^\circ$ .
3. У трапеції ABCD,  $AD = 14\sqrt{6}$  см,  $DC = 8$  см,  $\angle A = 30^\circ$ ,  $\angle D = 135^\circ$ . Знайти основу BC трапеції.
4. \*Один з катетів прямокутного трикутника дорівнює 15 см, а проекція другого катета на гіпотенузу дорівнює 16 см. Знайти радіус кола, вписаного в трикутник.

### В – 6

1. У трапеції ABCD,  $AD = 14$  см,  $DC = 8$  см,  $\angle A = 30^\circ$ ,  $\angle D = 120^\circ$ . Знайти основу BC трапеції.
2. Порівняти синуси, косинуси, тангенси кутів A і B прямокутного трикутника ABC ( $\angle C = 90^\circ$ ), якщо катет AC менший від катета BC.
3. Перпендикуляр, проведений з точки перетину діагоналей ромба, ділить його сторону на відрізки 16 см і 9 см. Знайти діагоналі ромба.
4. \*Периметр прямокутного трикутника ABC ( $\angle C = 90^\circ$ ) дорівнює 72 см, а різниця між довжинами медіани CK і висоти CM дорівнює 7 см. Знайти довжину гіпотенузи.

## Контрольна робота № 2.4

### В – 1

1. У трикутнику ABC висота BK ділить сторону AC на відрізки AK і KC.  $BC = 6\sqrt{2}$  см,  $\angle A = 30^\circ$ ,  $\angle CBK = 45^\circ$ . Знайти довжину сторони AC.
2. Медіана, проведена до гіпотенузи прямокутного трикутника, дорівнює 10 см. Знайти площу трикутника, якщо різниця катетів дорівнює 4 см.
3. У рівнобічну трапецію вписано коло, радіус якого дорівнює 8 см. Різниця основ трапеції дорівнює 24 см. Знайти сторони трапеції.
4. \*Діагональ рівнобічної трапеції ділить її тупий кут пополам. Менша основа трапеції дорівнює 3 см, а периметр – 42 см. Знайти висоту трапеції.

### В – 2

1. Висота BM трикутника ABC ділить сторону AC на відрізки AM і MC.  $AB = 12$  см,  $\angle A = 60^\circ$ ,  $\angle CBM = 45^\circ$ . Знайти довжину сторони AC.
2. У прямокутній трикутник вписано коло. Точка дотику ділить гіпотенузу на відрізки 5 см і 12 см. Знайти катети трикутника.
3. Довжина кола вписаного в рівнобічну трапецію дорівнює 36π см. Обчислити площу трапеції, якщо різниця її основ – 30 см.
4. \*Знайти площу круга, вписаного в прямокутний трикутник, якщо висота, проведена до гіпотенузи, ділить її на відрізки довжиною 25,6 см і 14,4 см.

### В – 3

1. Діагональ прямокутної трапеції дорівнює  $4\sqrt{2}$  см і ділить трапецію на два рівнобедрених прямокутних трикутники. Знайти сторони і кути трапеції.
2. У прямокутному трикутнику з вершини прямого кута до гіпотенузи проведено медіану довжиною в 50 см і висоту довжиною 48 см. Обчислити периметр трикутника.
3. Діагоналі ромба дорівнюють а і b. Знайти сторони ромба.
4. \*Визначити площу прямокутної трапеції, якщо її гострий кут дорівнює  $60^\circ$ , а менша основа дорівнює а і більша бічна сторона дорівнює b.

### В – 4

1. Висоти рівнобічної трапеції ділять її на квадрат і два рівнобедрених трикутники. Бічна сторона трапеції дорівнює  $4\sqrt{2}$  см. Знайти основи і кути трапеції.
2. У прямокутному трикутнику з вершини прямого кута проведено до гіпотенузи медіану і висоту, відстань між основами яких дорівнює 7 см. Обчислити периметр цього трикутника, якщо його гіпотенуза дорівнює 50 см.
3. Відстань від кінців діаметра до одного з кінців паралельної йому хорди дорівнює а і b. Знайти радіус даного кола.
4. \*В ромб з гострим кутом  $30^\circ$  вписано круг, площа якого дорівнює  $36\pi$  см<sup>2</sup>. Знайти площу ромба.

### Тема 3 „Вектори”

#### Самостійна робота № 3.6

##### В – 1

1. Знайти координати вектора  $\overline{AB}$  і його довжину, якщо  $A(3;-4)$  і  $B(-1;5)$ .
2. Знайти координати векторів  $\overline{a}$  і  $\overline{b}$ , якщо їх сума має координати  $(-4;5)$ , а різниця –  $(3;7)$ .
3. Знайти значення  $x$ , при якому вектори  $\overline{a}(1;-1)$  і  $\overline{b}(x;2)$  колінеарні.
4. \*У прямокутному трикутнику  $ABC$ ,  $\angle C = 90^\circ$ ,  $\overline{CB} = \overline{a}$ ,  $\overline{CA} = \overline{b}$ ,  $CD$  – висота. Знайти вектор  $\overline{CD}$ .

##### В – 2

1. Довести, що чотирикутник  $ABCK$  з вершинами в точках  $A(-3;2)$ ,  $B(-1;6)$ ,  $C(6;7)$  і  $K(4;3)$  – є паралелограм.
2. Дано вектори  $\overline{m}(-2;4)$ ,  $\overline{n}(3;1)$  і  $\overline{k}(x;-1)$ . При якому значенні  $x$  модуль вектора  $\overline{m} - \overline{n} - \overline{k}$  найменший ?
3. Знайти значення  $y$ , при якому вектори  $\overline{a}(2;y)$  і  $\overline{b}(-4;6)$  – колінеарні.
4. \*Знайти вектор, довжина якого 26, що утворює з вектором  $\overline{b}(1;3)$  гострий кут і колінеарний вектору  $\overline{a}(5;-12)$ .

##### В – 3

1. Дано точки  $A(5;-4)$ ,  $E(-3;-5)$ ,  $B(x;y)$ ,  $K(2;7)$ . Знайти  $x$  та  $y$ , якщо  $\overline{AE} = \overline{BK}$ .
2. Дано точки  $M(0;5)$  і  $P(-6;0)$ . Знайти координати точки  $K$  такої, що  $\overline{MK} + \overline{PK} = 0$ .
3. Знайти значення  $x$ , при якому вектори перпендикулярні  $\overline{a}(x;3)$  і  $\overline{b}(3;2)$ .
4. \*Точки  $M$  і  $K$  є серединами діагоналей  $AC$  і  $BD$  чотирикутника  $ABCD$ . Довести, що  $\overline{MK} = \frac{1}{2}(\overline{AD} + \overline{CB})$ .

##### В – 4

1. Точка  $K(-8;3)$  – кінець вектора  $\overline{a}(6;-9)$ . Знайти координати початку вектора.
2. Знайти модуль вектора  $\overline{m} = 2\overline{a} - 3\overline{b}$ , де  $\overline{a}(-4;2)$ ,  $\overline{b}(1;-2)$ .
3. Довести методом векторів, що діагоналі прямокутника рівні.
4. \*Знайти вектор, довжина якого  $\sqrt{5}$ , що утворює з віссю  $OX$  тупий кут і перпендикулярний до вектора  $\overline{a}(1;2)$ .

## В – 5

1. Модуль вектора  $\vec{m}(-5; y)$  дорівнює 13. Знайти  $y$ .
2. Дві вершини прямокутника ABCM – точки B(2;3), C(2;9). Модуль вектора  $\vec{AC} = 10$ . Знайти координати точок A і M.
3. Дано вектори  $\vec{a}(1; -1)$  і  $\vec{b}(-2; 1)$ . Знайти таке число  $m$ , щоб вектор  $\vec{a} + m\vec{b}$  був перпендикулярним до вектора  $\vec{a}$ .
4. \*Знайти діагоналі паралелограма, побудованого на векторах  $\vec{a} = 5\vec{p} + 2\vec{q}$ ,  $\vec{b} = \vec{p} - 3\vec{q}$ , якщо  $|\vec{p}| = 2\sqrt{2}$ ,  $|\vec{q}| = 3$ ,  $\angle(\vec{p}; \vec{q}) = 45^\circ$ .

## В – 6

1. Дано координати трьох вершин паралелограма ABCM – A(-1;2), B(-2;4), C(7;-1). Знайти координати вершини M.
2. Діагоналі паралелограма ABCD перетинаються в точці O. Виразити вектори  $\vec{AB}$  і  $\vec{BC}$  через вектори  $\vec{AO} = \vec{m}$ ,  $\vec{OD} = \vec{n}$ .
3. Дано вектори  $\vec{a}(-1; 1)$  і  $\vec{b}(1; -2)$ . Знайти таке число  $n$ , щоб вектор  $n\vec{a} + \vec{b}$  був перпендикулярний до вектора  $\vec{a}$ .
4. Точка O – середина медіани AM трикутника ABC. Виразити вектори  $\vec{AO}$  та  $\vec{OM}$  через вектори  $\vec{AB}$  і  $\vec{AC}$ .

## Контрольна робота № 3.5.

## В – 1

1. У прямокутнику ABCD, AB=6 см, BC=4 см. M – середина сторони AB. Знайти довжини векторів  $\vec{AB}$ ;  $\vec{MC}$ ;  $\vec{MD}$ ;  $\vec{MB}$ .
2. Дано вершини трикутника ABC : точки A(1;1), B(4;1), C(4;5). Знайти косинуси кутів трикутника.
3. Знайти координати вектора  $\vec{m}$ , колінеарного вектору  $\vec{n}(8; -15)$ , якщо  $|\vec{m}| = 51$ .
4. \*У трапеції ABCD, MN – середня лінія, причому M ∈ AB, N ∈ CD, AD = 8, BC = 6. Знайти таке число  $\lambda$ , що  $\vec{BC} = \lambda \vec{NM}$ .

## В – 2

1. Модуль вектора  $\vec{m}$  дорівнює 6, а його координати рівні. Знайти координати вектора  $\vec{m}$ .
2. Дано вершини трикутника ABC: A(-2;1), B(-2;4), C(2;1). Знайти косинуси кутів трикутника.
3. Знайти координат вектора  $\vec{a}$ , колінеарного вектору  $\vec{b}(2;5)$ , якщо  $\vec{a} \cdot \vec{b} = -58$ .
4. \*Нехай ABCD – довільний чотирикутник, O – точка перетину відрізків, що сполучають середини його протилежних сторін. Довести, що  $\vec{OA} + \vec{OB} + \vec{OC} + \vec{OD} = \vec{0}$



### В – 3

1. Знайти косинуси кутів трикутника ABC, якщо  $A(1;-4)$ ,  $B(4;7)$ ,  $C(-2;1)$ . Встановити вид трикутника.
2. Знайти координати вектора, який перпендикулярний вектору  $\vec{a}(3;-1)$  і рівний йому за абсолютною величиною.
3. Знайти абсолютну величину вектора  $\vec{a}-\vec{b}$ , якщо  $|\vec{a}| = 3$ ,  $|\vec{b}| = 8$ , а кут між ними  $120^\circ$ .
4. \*Знайти одиничний вектор, колінеарний вектору, який напрямлений по бісектрисі кута A,  $\triangle ABC$ , якщо  $A(1;1)$ ,  $B(3;0)$ ,  $C(0;3)$ .

### В – 4

1. Точки M і N – середини сторін AC і BC трикутника ABC. Довести, що  $\vec{MN} = \frac{1}{2}(\vec{CB} - \vec{CA})$ .
2. Дано вектори  $\vec{a}(3;-5)$  і  $\vec{b}(4;-1)$ . Знайти значення m, при якому вектори  $m\vec{a}-\vec{b}$  і  $\vec{a}$  - перпендикулярні.
3. Знайти абсолютну величину вектора  $\vec{a}+\vec{b}$ , якщо  $|\vec{a}| = 7$ ,  $|\vec{b}| = 8$ , а кут між ними  $60^\circ$ .
4. \*Нехай задано відрізки AB і CD. Довести, що коли  $AC^2 + BD^2 = AD^2 + BC^2$ , то  $AB \perp CD$ .

## Тема 4 „Метод координат”

### Самостійна робота № 4.7

#### В – 1

1. Знайти довжину відрізка AB, кінці якого лежать на осях координат, а його серединою є точка  $K(-5;12)$ .
2. Дано три вершини паралелограма:  $A(1;3)$ ,  $B(3;4)$ ,  $C(4;2)$ . Знайти координати четвертої вершини і обчислити його периметр.
3. Скласти рівняння кола з центром в точці  $M(1;-4)$ , яка проходить через точку  $A(0;3)$ .
4. Знайти координати точки перетину прямої  $5x-2y+12=0$  з осями координат. Чи належать цій прямій точки  $A(-2;7)$  і  $B(1;-2)$ .
5. \*Скласти рівняння кола, вписаного в трикутник сторони якого лежать на осях OX і OY і прямій  $3x + 4y - 12 = 0$ .

#### В – 2

1. Довести, що чотирикутник з вершинами  $A(0;1)$ ,  $B(4;3)$ ,  $C(5;1)$ ,  $D(1;-1)$  – є прямокутником. Знайти його периметр.
2. Відстань між точками  $A(x;-7)$  і  $B(4;x)$  дорівнюють  $\sqrt{101}$ . Знайти x.
3. Скласти рівняння кола діаметром якого є відрізок AB, якщо  $A(-3;2)$ ,  $B(7;-4)$ .
4. Знайти точку перетину прямих  $4x-5y-2=0$  і  $2x+7y-3=0$ .
5. \*Скласти рівняння дотичної до кола  $(x-a)^2 + (y-b)^2 = r^2$ , яка проходить через точку кола  $(x_0; y_0)$ .

### В – 3

1. Обчислити дожини медіан трикутника, вершинами якого є точки  $A(2;6)$ ,  $B(-4;0)$ ,  $C(2;-4)$ .
2. На прямій, що містить бісектриси I і III координатних кутів, знайти точку, рівновіддалену від точок  $A(1;-1)$ ,  $B(3;5)$ .
3. Скласти рівняння кола з центром в точці  $M(-3;4)$ , яке дотикається осі  $OX$ .
4. Скласти рівняння прямої, яка проходить через точку  $M(4;-2)$  і паралельна прямій  $y=3x+1$ .
5. \*Дві сторони квадрата лежать на прямих  $x-2y+2=0$  і  $x-2y-5=0$ . Знайти діагональ квадрата.

### В – 4

1. Знайти довжини меридіан трикутника  $ABC$ , вершинами якого є точки  $A(2;5)$ ,  $B(6;8)$ ,  $C(-4;-4)$ .
2. На прямій, що містить бісектриси II і IV четвертей. Знайти точку рівновіддалену від точок  $A(3;1)$ ,  $B(3;3)$ .
3. Скласти рівняння кола з центром в точці  $O(3;-3)$ , яке дотикається обох координатних осей.
4. Знайти координати перетину прямої  $y = x - 3$  і кола  $x^2 + y^2 = 20$ .
5. \*Знайти центр і радіус кола, описаного навколо трикутника  $ABC$  з вершинами  $A(a;0)$ ,  $B(0;b)$ ,  $C(0;0)$  і скласти рівняння цього кола.

### В – 5

1. Знайти довжину середньої лінії трикутника  $ABC$ , паралельної до сторони  $BC$ , якщо  $A(-2;7)$ ,  $B(8;3)$ ,  $C(0;9)$ .
2. Точки  $A_1(-2;1)$ ,  $B_1(4;-3)$ ,  $C_1(-1;5)$  – середини сторін трикутника. Знайти координати його вершин.
3. Знайти координати центра і радіус кола, яке задане рівнянням  $x^2 + y^2 - 6x + 8 = 0$ .
4. Написати рівняння прямої, яка проходить через точки  $A(-3;1)$  і  $B(2;-2)$ .
5. \*Знайти геометричне місце точок  $M$  для яких  $MA^2 + MB^2 = 2MC^2$ , де  $ABC$  – прямокутний трикутник,  $\angle C = 90^\circ$ .

### В – 6

1. Дано точки  $A(5;4)$ ,  $B(4;-3)$ ,  $C(1;1)$  – вершини трикутника. Довести, що трикутник рівнобедрений. Знайти довжину висоти проведеної до основи.
2. Знайти координати вершини  $B$ , рівностороннього трикутника  $ABC$ , якщо  $A(0;-4)$ ,  $C(0;2)$ .
3. Знайти координати центра і радіус кола, яке задане рівнянням  $x^2 + y^2 - 8x + 2y + 16 = 0$ .
4. Написати рівняння прямої, яка проходить через точки  $A(1;2)$  і  $B(3;1)$ .
5. \*Дано ромб  $ABCD$ , діагоналі якого дорівнюють  $2a$  і  $3b$ . Знайти множину всіх точок  $M$  таких, що  $AM^2 + DM^2 = BM^2 + CM^2$ .

## Контрольна робота № 4.6

### В – 1

1. Скласти рівняння прямої, яка проходить через точки  $A(-2;1)$  і  $B(3;-4)$ .
2. Знайти точки перетину прямих  $x-y-2=0$  і  $x^2+y^2=20$ .
3. Використовуючи геометричні ілюстрації скласти рівняння кола, яке проходить через початок координат і точки  $(6;0)$  ;  $(0;8)$ .
4. \*Знайти множину точок  $M$  таких, що  $MA^2 + MB^2$  є величина стала ( $A, B$  – задані точки).

### В – 2

1. Скласти рівняння прямої, що містить медіану  $BM$  трикутника  $ABC$ , якщо  $A(-6;21)$ ,  $B(1;-7)$ ,  $C(0;-4)$ .
2. Знайти точку, рівновіддалену від осей координат і від точки  $(3;6)$ .
3. Знайти координати точок перетину прямих  $3x-y-2=0$  і  $2x+y-8=0$ .
4. \*Дано відрізок, довжина якого 2. Три кола з радіусами 2 мають центри на кінцях відрізка та на його середині. Знайти радіус четвертого кола, що дотикається до трьох даних.

### В – 3

1. В трикутнику  $ABC$  з вершинами в точках  $A(2;-3)$ ,  $B(-2;3)$ ,  $C(6;-3)$  проведено середню лінію  $B_1 C_1$ , паралельну стороні  $BC$ . Знайти довжину середньої лінії і скласти рівняння прямої, що її містить.
2. Скласти рівняння кола, яке дотикається до осей  $OX$  і  $OY$  та прямої  $x = -4$ .
3. Які кути утворює пряма, задана рівнянням  $2x+2y+3=0$  з віссю  $OX$ .
4. \*Скласти рівняння прямої, яка проходить через точку  $M(-1;2)$ :
  - а) паралельно прямій  $y = \frac{1}{3}x - 4$
  - б) перпендикулярно до цієї прямої

### В – 4

1. В трикутнику  $ABC$  з вершинами  $A(-6;4)$ ,  $B(1;2)$ ,  $C(4;0)$  проведено медіану  $BD$ . Знайти довжину цієї медіани і скласти рівняння прямої, яка містить цю медіану.
2. Скласти рівняння кола, яке дотикається осей  $OX$  і  $OY$  і прямої  $y=6$ .
3. Використовуючи геометричне уявлення скласти рівняння кола, описаного навколо прямокутного трикутника з вершинами в точках  $(24;0)$ ,  $(0;10)$ ,  $(24;10)$ .
4. \*Знайти кут між прямими  $2x - y + 5 = 0$  і  $x + 2y + 6 = 0$ .

## Підсумкова контрольна робота № 4.7

### В – 1

1. У рівнобічній трапеції діагональ є бісектрисою тупого кута і ділить середню лінію на відрізки 7 см і 11 см. Знайти периметр трапеції.
2. Медіана і висота прямокутного трикутника проведені до гіпотенузи відповідно дорівнюють 13 см і 12 см. Знайти периметр і площу даного трикутника.
3. Середини сторін опуклого чотирикутника послідовно сполучені між собою. Довести, що утворений чотирикутник – паралелограм.
4. \*В паралелограмі з периметром 32 см, проведено діагоналі. Різниця між периметрами двох сусідніх трикутників дорівнює 8 см. Знайти довжини сторін паралелограма.

### В – 2

1. У рівнобічній трапеції діагональ є бісектрисою гострого кута і ділить середню лінію на відрізки довжиною 6 см і 12 см. Знайти периметр трапеції.
2. Точка дотику кола, вписаного в прямокутний трикутник, ділить один з його катетів на відрізки 2 см і 8 см, рахуючи від вершини прямого кута. Знайти сторони трикутника і його площу.
3. Висота ромба дорівнює 12 см, а одна з його діагоналей дорівнює 15 см. Знайти площу ромба.
4. \*Дві протилежні сторони паралелограма розділені двома точками пополам і ці точки сполучені відрізками з кінцями цих сторін (верхнім і нижнім). Довести, що утворений чотирикутник – паралелограм.

### В – 3

1. Бісектриса гострого кута паралелограма ділить його сторону на частини 6 см і 2 см, рахуючи від вершини тупого кута. Знайти площу паралелограма, якщо його гострий кут дорівнює  $30^\circ$ .
2. З точки М до прямої, що лежить поза прямою l, проведено до цієї прямої дві похилі МА і МК, які утворюють з нею кути  $30^\circ$  і  $45^\circ$  відповідно. Знайти довжину похилої МК, якщо довжина проекції похилої МА дорівнює  $4\sqrt{3}$  см.
3. У рівнобічній трапеції діагоналі є бісектрисами її гострих кутів. Довести, що тупий кут трапеції дорівнює тупому куту між її діагоналями.
4. \*Сторона квадрата, вписаного в круг, дорівнює  $a$ . Обчислити площу сегментів, які відсікає квадрат.

### В – 4

1. Знайти площу ромба, якщо його сторона дорівнює 15 см, а сума діагоналей – 42 см.
2. Бісектриса кута А прямокутника АВСМ ділить його сторону ВС на відрізки ВК=10 см і КС=14 см відповідно. Знайти периметр і площу прямокутника.
3. Діагоналі трапеції ділять її середню лінію на три рівні частини. Довести, що одна основа такої трапеції у 2 рази більша від другої.
4. \*Сторона рівностороннього трикутника, вписаного в круг, дорівнює  $a$ . Обчислити площу сегментів, які відсікає трикутник.

### В – 5

1. Менша сторона паралелограма дорівнює 12 см, більша діагональ – 28 см, а тупий кут -  $120^\circ$ . Знайти периметр паралелограма.
2. У прямокутній трапеції діагональ є бісектрисою тупого кута, а її довжина у 2 рази більша за меншу основу трапеції. Знайти кути даної трапеції.
3. Бісектриси кутів прямокутника попарно перетинаються в точках М, К, С, Р. Довести, що ці точки є вершинами квадрата.
4. \*Медіана, проведена до гіпотенузи прямокутного трикутника дорівнює  $m$  і ділить прямий кут у відношенні 1 : 2. Знайти сторони трикутника.

### В – 6

1. Середня лінія трапеції дорівнює 11 см, а висоти, проведені з вершин її тупих кутів, ділять більшу основу на відрізки, довжини яких відносяться як 2 : 4 : 1. Знайти основи трапеції.
2. Точка дотику вписаного у прямокутний трикутник кола, ділить гіпотенузу трикутника на відрізки, один з яких на 2 см менший від іншого. Знайти площу трикутника, якщо радіус вписаного кола дорівнює 2 см.
3. Довести, що якщо діагоналі паралелограма АВСМ ділять його на чотири рівнобедрених трикутники, то АВСМ – прямокутник.
4. \*Навколо кола, діаметром 17 см описана рівнобічна трапеція, бічна сторона якої дорівнює 17 см. Знайти основи трапеції.

### Відповіді.

#### С. р № 1.1

В-1: 1) $45^\circ; 135^\circ$ .	2) 26 см.	3) $90^\circ$ .
В-2: 1) $76^\circ; 104^\circ$ .	2) 28 см; 36 см.	3) $45^\circ$ .
В-3: 1) 17 см.	2) 8 см; 24 см.	3) $135^\circ$ .
В-4: 1) $20^\circ; 160^\circ$ .	2) 12 см; 18 см.	3) 30 см.
В-5: 1) $40^\circ; 140^\circ$ .	2) 7 см; 14 см.	4) * 15 см; 30 см.
В-6: 1) $72^\circ; 108^\circ$ .	2) 6 см; 18 см.	

#### С. р № 1.2

В-1: 1) $10^\circ$ .	2) 16 см.	
В-2: 1) $50^\circ$ .	2) 3 см.	4) * $36^\circ; 144^\circ$ .
В-3: 1) 70 см; $300 \text{ см}^2$ .	2) $60^\circ; 120^\circ$ .	
В-4: 1) 6 см.	2) $60^\circ; 120^\circ$ .	
В-5: 1) $60^\circ$ .	2) 4 см.	
В-6: 1) 3 см.	2) 48 см.	4) * $\frac{4}{3} a$ .

#### К. р № 1.1

В-1: 1) $60^\circ; 120^\circ$ .	2) 4 см; 60 см; 120 см.	4) * $2a$ .
В-2: 1) $124^\circ; 56^\circ$ .	2) 9 см; 12 см.	4) * $\frac{3a^2}{8}$ .
В-3: 1) 8 см; 16 см.	2) $60^\circ; 120^\circ$ .	
В-4: 1) 38 см.	2) 24 см або 30 см.	

#### С. р № 1.3

В-1: 1) 14 см.	2) $150^\circ$ .	4) * 2 см.
В-2: 1) 18 см.	2) 6 см.	
В-3: 1) 8а.	2) $72^\circ; 108^\circ$ .	4) * а.
В-4: 1) $45^\circ; 45^\circ; 90^\circ$ .	2) 55 см.	
В-5: 1) 3 см; 6 см; 9 см.	2) 42 см.	
В-6: 1) 3 см; 6 см; 9 см.	2) 9 см; 23 см.	

K. p № 1.2

- B-1: 1)4 см. 2)6 см; 12 см. 3)12 см; 18 см.  
 B-2: 1)5 см. 2)40 см. 3)16 см.  
 B-3: 1)15 см. 2)60 см. 4)\*16 см.  
 B-4: 1)3 см; 6 см. 2)48 см. 4)\*110°; 70°.

C. p № 2.4

- B-1: 1)576 см<sup>2</sup>. 2)12 см.  
 3)60 см; 80 см; 48 см.  
 B-2: 1)1200 см<sup>2</sup>. 2)12 см. 3)1350 см<sup>2</sup>.  
 4)\* $\frac{8\sqrt{3}}{3}$ .  
 B-3: 1)768 см<sup>2</sup>. 2)12 см. 3)2 $\sqrt{15}$  см.  
 4)\* $2\sqrt{\frac{a^2 + ab + b^2}{3}}$ .  
 B-4: 1)960 см<sup>2</sup>. 2)13 см; 15 см. 3)2 $\sqrt{63}$ .  
 4)\*4 см; 8 см; 2 $\sqrt{2}$  см; 2 $\sqrt{2}$  см.  
 B-5: 1)150 см<sup>2</sup>. 2)150 см<sup>2</sup>. 3)4 $\sqrt{37}$ .  
 4)\* $\frac{29}{4}$  см.  
 B-6: 1)1584 см<sup>2</sup>. 2)9 см; 16 см. 3)10 $\sqrt{13}$ .  
 4)\*32 см.

K. p № 2.3

- B-1: 1)4 см. 2)106 см. 4)\*0,24 см<sup>2</sup>  
 B-2: 1)122 см. 2)12 см. 4)\*5R<sup>2</sup>.  
 B-3: 1)120 см; 600 см<sup>2</sup>. 2)14 см. 4)\*a<sup>2</sup>(2 $\sqrt{3}$ -3).  
 B-4: 1)72 см; 216 см. 2)14 см. 4)\*25π см<sup>2</sup>.

C. p № 2.5

- B-1: 1)4 $\sqrt{3}$  см; 10 см. 3)120 $\sqrt{3}$ . 4)\* $\sqrt{3}$  см.  
 B-2: 1)13 см; 10 см. 3)96 $\sqrt{3}$ . 4)\*25π см<sup>2</sup>.  
 B-3: 1)2 см; 4 см. 3)140 см; 1200 см<sup>2</sup>. 4)\* $\frac{a\sqrt{3}}{6}$   
 B-4: 1)10 $\sqrt{3}$ ; 30 см; 20 $\sqrt{3}$  см; 10 $\sqrt{7}$  см. 3)60 см; 300 см<sup>2</sup>.  
 4)\* $\sqrt{5}$  см.  
 B-5: 1)30 см; 40 см. 3)4 $\sqrt{2}$ +10 $\sqrt{6}$  см. 4)\*5 см.  
 B-6: 1)6 см. 3)30 см; 40 см. 4)\*32 см.

K. p № 2.4

- B-1: 1)6+6 $\sqrt{3}$ . 2)96 см<sup>2</sup>. 4)\*96 см<sup>2</sup>.  
 3)8 см; 32 см; 20 см.  
 B-2: 1)6+6 $\sqrt{3}$ . 2)8 см; 15 см. 3)1404 см<sup>2</sup>.  
 4)\*64π см<sup>2</sup>.  
 B-3: 1)4 см; 4 см; 4 $\sqrt{2}$  см; 8 см. 2)240 см.  
 3) $\frac{1}{2}\sqrt{a^2 + b^2}$ . 4)\* $\frac{(4a+b)b\sqrt{3}}{8}$ .  
 B-4: 1)4 см; 12 см. 2)120 см. 3) $\frac{\sqrt{a^2 + b^2}}{2}$ .  
 4)\*288 см<sup>2</sup>.

C. p № 3.6.

- B-1: 4)\* $\overline{CD} = \frac{|\overline{b}^2 \overline{a} + |\overline{a}|^2 \overline{b}}{|\overline{a}|^2 + |\overline{b}|^2}$ .  
 B-4: 4)\*(2;-1).  
 B-5: 4)\*15; 3 $\sqrt{41}$ .  
 B-6: 4)\* $\frac{1}{4}(\overline{AB} + \overline{AC})$  АБО  $\frac{1}{12}(\overline{AB} + \overline{AC})$ .

К. р № 3.5

В-3: 4)\* $(\frac{1}{\sqrt{2}}; \frac{1}{\sqrt{2}})$ .

С. р № 4.7

В-1: 1)26. 5)\*(x-1)<sup>2</sup> + (y-1)<sup>2</sup> = 1

В-2: 5)\*(x-a)(x<sub>0</sub>-a) + (y-b)(y<sub>0</sub>-b) = 0.

В-3: 2)(2;2). 4)\* $7\sqrt{\frac{2}{5}}$ .

В-4: 2)(-2;2). 4)\* $(\frac{a}{2}; \frac{b}{2})$ ;  $\frac{1}{2}\sqrt{a^2 + b^2}$ .

В-5: 2)(-7;9); (3;-7); (5;1).

4)\*пряма, що проходить через середину гіпотенузи.

В-6: 1) $\frac{5}{\sqrt{2}}$ . 2)(-1; -3 $\sqrt{3}$ ) або (-1; 3 $\sqrt{3}$ ).

4)\*пряма, що перпендикулярна до сторони ромба і проходить через його середину. **АБО** серединний перпендикуляр до сторони ромба.

К. р № 4.6

В-1: 4)\*коло з центром у середині відрізка АВ.

В-2: 4)\* $\frac{1}{8}$  АБО  $\frac{1}{4}$ .

В-3: 4)\* а)  $x - 3y + 7 = 0$   
б)  $3x + y + 1 = 0$ .

В-4: 4)\* 90°.

К. р № 4.7

В-1: 1)80 см. 2)156 см<sup>2</sup>. 4)\*12 см; 4 см.

В-2: 1)60 см. 2) $\frac{16}{3}$  см;  $\frac{34}{3}$  см. 3)150 см<sup>2</sup>.

В-3: 1)24 см<sup>2</sup>. 2)4 $\sqrt{2}$  см. 4)\* $\frac{a^2(\pi - 2)}{8}$ .

В-4: 1)216 см<sup>2</sup>. 2)68 см; 240 см<sup>2</sup>.

4)\* $\frac{a^2(4\pi - 3\sqrt{3})}{36}$ .

В-5: 1)64 см. 2)60°; 120°. 4)\*2m; m;  $m\sqrt{3}$ .

В-6: 1)8 см; 14 см. 2)24 см<sup>2</sup>. 4)\*25 см; 9 см.